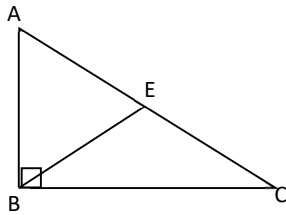


מבחן מתכונת מס' 1

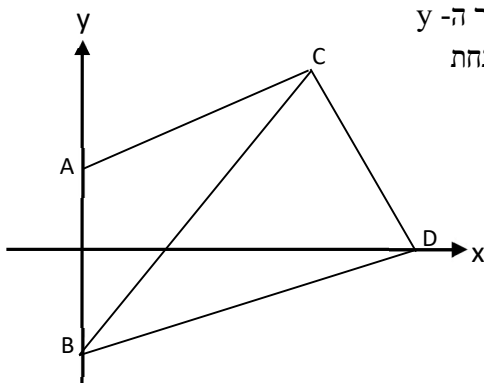
משך הבחינה: שלוש וחצי שעות

ענה על תמש מבין השאלות 1 – 8 (כל שאלה 20 נקודות)

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות



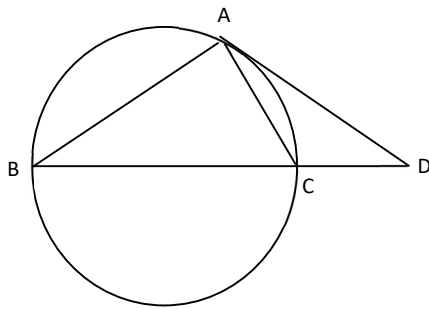
1. באצטדיון שצורתו משולש ישר-זווית ABC ($\sphericalangle B = 90^\circ$). נתון: $AB = 6$ ק"מ, $AC = 10$ ק"מ, BE הוא תיכון ליתר. מדי בוקר יוצאים בעת ובעונה אחת שני ספורטאים מנקודה B אך במסלולים שונים: ספורטאי א' עובר את המסלול $B - E - B$ דרך הנקודה A במהירות קבועה של 5.5 קמ"ש. ספורטאי ב' בוחר במסלול $B - E - C$, במהירות קבועה של 6 קמ"ש. א. בכמה זמן משלים כל אחד מן הספורטאים את מסלולו? ב. באחד הימים יצאו שני הספורטאים מנקודה B בשעה 8.00, במסלול הקבוע ובמהירות הרגילה של כל אחד מהם. מה היה המרחק בין שני הספורטאים (1) בשעה 9.00? (2) בשעה 9.30? (עגל תוצאות לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית, על פי הצורך). ג. ביום אחר, שוב יצאו שני הספורטאים והחלו לצעוד על פי התוכנית הרגילה של כל אחד מהם. כעבור שעה נאלץ ספורטאי ב' לעצור למשך 10 דקות. אחרי העצירה הוא המשיך במסלול הקבוע במהירות גבוהה מן המהירות הרגילה. מה צריכה להיות מהירות זו על מנת שיגיע לנקודה E יחד עם ספורטאי א'?



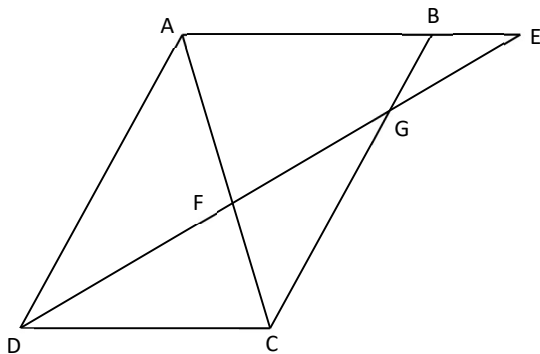
2. נתון משולש ABC . הקודקודים A ו- B נמצאים על ציר ה- y וקודקוד C נמצא ברביע הראשון. הנקודה B נמצאת מתחת לנקודה A (ראה ציור). אורך הצלע AB הוא $\frac{2}{3} \cdot 6$. משוואת הצלע AC היא $y = \frac{1}{3}x + 3$. א. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B . נתון: שטח המשולש ABC הוא 30. ב. מצא את שיעורי הנקודה C . דרך הנקודה B עובר ישר מקביל לצלע AC החותך את ציר ה- x בנקודה D . ג. מצא את שיעורי הנקודה D . (2) הראה שהקטע CD מאונך לצלע AC . ד. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ACD .

3. בבית הספר התיכון "השלום" לומדים 600 תלמידים. בחורף האחרון חלו 120 מהם בשפעת.
8% מתלמידי ביה"ס היו בנות שחלו בשפעת.
40% מבין התלמידים שלא חלו בשפעת היו בנות.
א. כמה בנים לומדים בבית הספר?
ב. (1) מה ההסתברות שתלמיד מביה"ס שנבחר באקראי הוא בן שחלה בשפעת?
(2) בוחרים באקראי באחת הבנות שלומדת בביה"ס. מה ההסתברות שהיא חלתה בשפעת?
ג. (1) כמה בנים בביה"ס חלו בשפעת?
(2) בוחרים באקראי שני בנים שלומדים בביה"ס. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהם חלה בשפעת?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

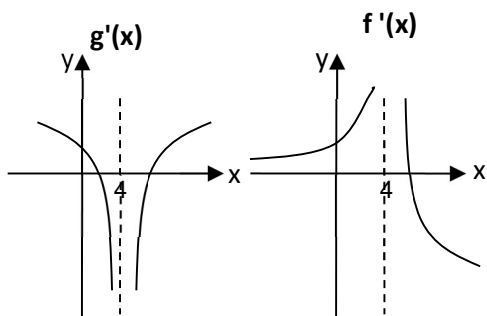


4. משולש ABC חסום במעגל. בנקודה A מעבירים משיק למעגל.
המשך הצלע BC חותך את המשיק בנקודה D.
א. (1) הוכח: $\triangle DAC \sim \triangle DBA$.
(2) הוכח: $AD^2 = DB \cdot DC$.
ב. נתון: BC הוא קוטר במעגל. אורך רדיוס המעגל הוא 3.6 ס"מ ואורך הקטע CD הוא 2.4 ס"מ.
(1) חשב את אורך הקטע AD.
(2) נתון: $\angle ABC = 26.6^\circ$. חשב את גודל הזווית $\angle BAD$.



5. המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB.
הקטע DE חותך את הצלע BC בנקודה G
ואת האלכסון AC בנקודה F (ראה ציור).
נתון: $DC = 8$, $CG = 9$, $DG = 14$.
א. חשב את גודל הזווית $\angle CDG$.
ב. חשב את זוויות המקבילית ABCD.
ג. נתון: שטח המקבילית הוא 100.
(1) חשב את אורך הצלע AD.
(2) חשב את אורך הקטע BG.
(3) חשב את רדיוס המעגל החוסם את המשולש BGE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות



6. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות

בתחום $x < 4$ או $x > 4$.

בציורים שלפניך מתוארים הגרפים

של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$.

א. כמה נקודות קיצון פנימיות יש לכל

אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$? נמק.

ב. נתונה הפונקציה $h(x) = x + 1 + \frac{9}{x-4}$.

1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.

2) מצא את נקודות הקיצון, את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $h(x)$.

3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

ג. אחד מן הגרפים הנתונים בסעיף א' הוא גרף הפונקציה $h'(x)$.

1) קבע איזה מהם הוא גרף הפונקציה $h'(x)$. נמק.

2) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $h'(x)$, ציר ה- x והישר $x = 10$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + x - 3$.

א. 1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

2) מצא אסימפטוטה לגרף הפונקציה המאונכת לציר ה- x .

3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

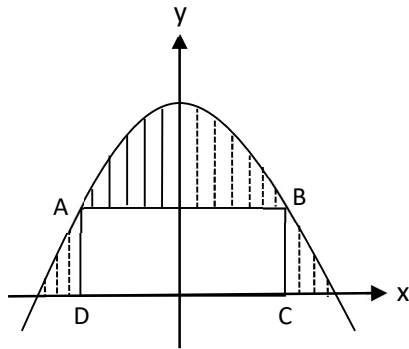
4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + k$. נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$

נמצאת על הישר $y = 2$.

1) מצא את k .

2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.



8. נתונה הפונקציה: $f(x) = 12 - x^2$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה וציר ה- x .
 ב. ABCD הוא מלבן ששניי מקודקודיו (A ו-B) נמצאים על גרף הפונקציה $f(x)$ ושני האחרים נמצאים על ציר ה- x (ראה ציור). הנקודה B נמצאת ברביע הראשון. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- x . נתון: ציר ה- y חוצה את הצלע AB.

- (1) בטא באמצעות x את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
 (2) בטא באמצעות x את השטח שבין גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x , ללא שטח המלבן (השטח המקווקו בציור).
 (3) מצא את שיעורי הנקודה B עבורם השטח המקווקו הוא מינימלי.
 (4) מצא את ממדי המלבן ABCD כאשר השטח המקווקו הוא מינימלי.

בהצלחה!

תשובות

1. א. ספורטאי א': שעתיים, ספורטאי ב': שעתיים ועשר דקות ב. 1) 8.14 ק"מ
2) 6.75 ק"מ ג. 8.4 קמ"ש

2. א. $A(0;3)$, $B(0;-3\frac{2}{3})$ ב. $C(9;6)$ ג. 1) $D(11;0)$

ד. $(x-5.5)^2 + (y-1.5)^2 = 32.5$

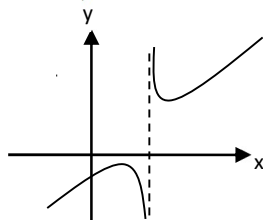
3. א. 360 בנים ב. 1) 0.12 2) 0.2 ג. 1) 72 2) 0.321

4. ב. 1) 4.8 ס"מ 2) 116.6°

5. א. 36.96° ב. $\angle DCB = \angle DAB = 110.74^\circ$, $\angle ADC = \angle ABC = 69.26^\circ$

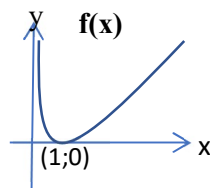
ג. 1) $AD = 13.37$ 2) $BG = 4.37$ 3) $R = 3.63$

6. א. $f(x)$ – נקודת קיצון אחת, $g(x)$ – שתי נקודות קיצון ב. 1) $x < 4$ או $x > 4$
2) $(1;-1)$ נקודת מקסימום, $(7;11)$ נקודת מינימום, תחומי העלייה: $x < 1$, $x > 7$;

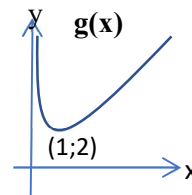


3) תחומי הירידה: $1 < x < 4$, $4 < x < 7$

ג. 1) $g'(x)$ 2) 1.5



7. א. 1) $x > 0$ 2) $x = 0$ 3) $(1;0)$ מינימום 4)
ב. 1) $k = 2$ 2)



8. א. 1) $(-\sqrt{12};0), (\sqrt{12};0)$ 2) $32\sqrt{3} = 55.426$

ב. 1) $A(-x;12-x^2)$, $B(x;12-x^2)$, $C(x;0)$, $D(-x;0)$ 2) $S(x) = 32\sqrt{3} - 24x + 2x^3$

3) $AB = DC = 4$; $AD = BC = 8$ 4) $B(2;8)$

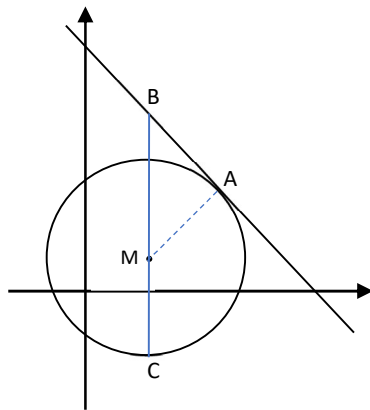
מבחן מתכונת מס' 2

משך הבחינה: שלוש וחצי שעות

ענה על חמש מבין השאלות 1 – 8 (כל שאלה 20 נקודות)

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות

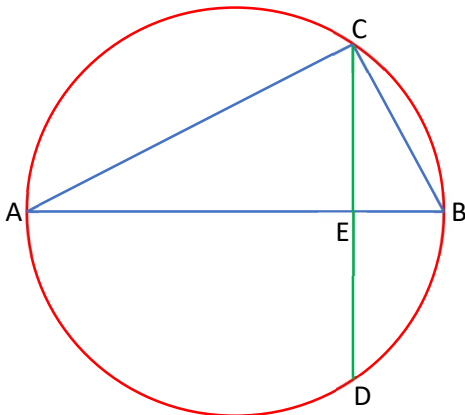
1. שתי חברות, ענת וגלית, יצאו יחד ממקום א' ורכבו על אופניים באותה מהירות לעבר מקום ב'. המרחק בין המקומות א' ו-ב' הוא 30 ק"מ. אחרי שעברו מרחק של 18 ק"מ, עצרה גלית למשך 3 דקות ואחר-כך המשיכה לרכב במהירות הגבוהה ב-1 קמ"ש ממהירותה הקודמת. גלית הגיעה למקום ב' יחד עם ענת.
- א. מצא את המהירות בה רכבו שתי החברות בהתחלה.
- ב. ענת וגלית הגיעו למקום ב' בשעה 10:00.
- (1) באיזו שעה הן יצאו ממקום א'?
- (2) באיזה מרחק ממקום ב' הייתה גלית בשעה 9:30?



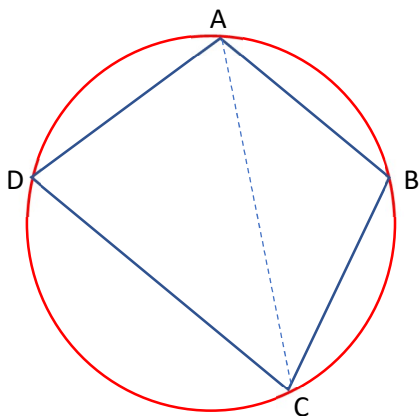
2. ישר ששיפועו $-\frac{4}{3}$ משיק למעגל M בנקודה $A(7;4)$.
- א. מצא את מרכז המעגל M נמצא על הישר $x = 3$.
- ב. מצא את משוואת המעגל M.
- ג. הישר $x = 3$ חותך את המשיק למעגל בנקודה B ואת המעגל בנקודה C הנמצאת ברביעי הביעי (ראה ציור).
- (1) מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.
- (2) מצא את שטח המשולש ABM.
- ד. בנקודה C מעבירים ישר המקביל לקטע AM, החותך את המשיק למעגל בנקודה D ($CD \parallel MA$).
- ה. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ACD.

3. עמית משתתף, במהלך יום כיף, במשחק נושא פרס. כל משתתף מקבל חץ וקשת ומתבקש לירות פעמיים לעבר מטרה בה סומן עיגול אדום. משתתף שפוגע פעמיים בעיגול האדום מקבל פרס. ההסתברות שמשתתף כלשהו יצליח לפגוע בעיגול בירייה הראשונה קטנה פי 1.5 מן ההסתברות שלא יצליח לפגוע.
- אם משתתף כלשהו פגע בעיגול בירייה הראשונה, אז ההסתברות שיקלע גם בירייה השנייה היא 0.8.
- אם המשתתף החטיא בירייה הראשונה, אז ההסתברות לפגוע בעיגול בירייה השנייה היא 0.3.
- א. מה ההסתברות שעמית יפגע במטרה בירייה הראשונה?
- ב. (1) מה ההסתברות שעמית הצליח לקלוע לעיגול האדום בדיוק פעם אחת?
(2) מה ההסתברות שעמית יזכה בפרס?
- (3) ידוע שעמית פגע בעיגול בדיוק פעם אחת. מה ההסתברות שפגע בירייה השנייה?
- ג. 5 חברים השתתפו במשחק. מה ההסתברות שלפחות אחד מהם זכה בפרס?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

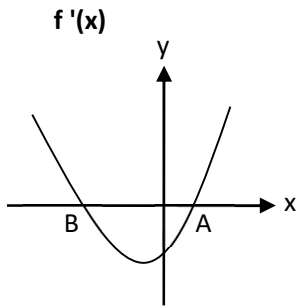


4. משולש ABC חסום במעגל. הצלע AB היא קוטר במעגל. המיתר CD חותך את הקוטר AB בנקודה E. נתון: $CE = ED$.
- א. הוכח: $AB \perp CD$.
- ב. הוכח: $\triangle ACB \sim \triangle CEB$.
- ג. נתון: $AB \cdot EB = 36$. חשב את BC.
- ד. נתון: $EB = 3.6$.
- (1) חשב את CD.
- (2) חשב את AC.

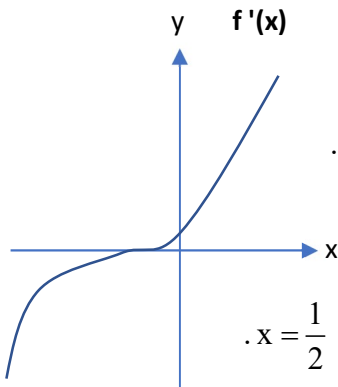


5. הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל שהרדיוס שלו 12.
- הנקודה B היא אמצע הקשת \widehat{AC} . נתון: $\angle ABC = 110^\circ$.
- א. (1) חשב את אורך הקטע AC.
(2) חשב את היקף המשולש ABC.
- ב. נתון $\angle ADC < 90^\circ$. חשב את $\angle ADC$.
- ג. נתון: $AC = DC$.
- (1) האם $AB \parallel CD$? נמק.
- (2) חשב את שטח המרובע ABCD.
- ד. הנקודה E היא אמצע המיתר BC. חשב את אורך הקטע DE.

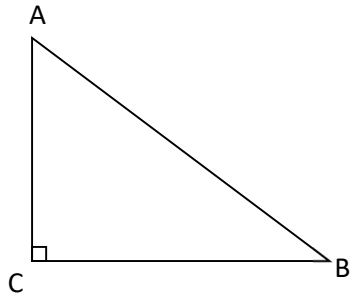
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות



6. בציור שלפניך מתואר גרף של הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל ערך של x . גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B. נתון: $A(1;0)$, $B(-3;0)$.
- א. מצא את ערכי x עבורם $f'(x) > 0$ ואת ערכי x עבורם $f'(x) < 0$.
- ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
- ד. נתון גם: שיעור ה- y של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ הוא $-\frac{2}{3}$.
- השטח המוגבל בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ וציר ה- x הוא $10\frac{2}{3}$.
- מצא את שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$.
- ה. לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטות מקבילות לצירים. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



7. נתונה פונקציה $f(x) = \frac{(2x+1)^6}{192} + \frac{1}{3}$.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. בציור שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- 1) מצא את תחום החיוביות ואת תחום השליליות של $f'(x)$.
- 2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
- 3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{1}{2}$.
- ד. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = \frac{1}{2}$ וציר ה- y .



8. במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle C = 90^\circ$).

הסכום של היתר AB והניצב BC הוא 30 ס"מ. נסמן: $BC = x$.

א. (1) הבע את אורך הניצב AC באמצעות x .

(2) מצא את הערך של x עבורו שטח המשולש

ABC הוא מקסימלי.

(3) מצא את השטח המקסימלי של המשולש ABC .

ב. נתון כי שטח המשולש ABC מקסימלי.

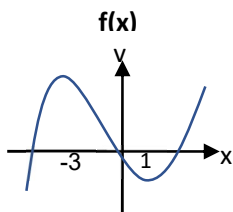
מצא את אורך התיכון לצלע BC .

בהצלחה!

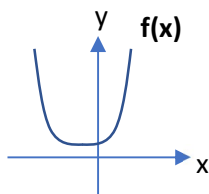
תשובות

1. א. 15 קמ"ש ב. 1 בשעה 8:00 ג. 8 ק"מ
2. א. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 25$ ב. 1 ג. $(x-5)^2 + y^2 = 20$
3. א. 0.4 ב. 0.26 ג. 0.32 ד. $\frac{9}{13}$ ה. 0.8546
4. א. 6 ב. 9.6 ג. 8 ד. 21.81
5. א. 22.553 ב. 50.085 ג. 70° ד. 252.51 ה. 21.81

6. א. $f'(x) > 0$ עבור $x > 1$ או $x < -3$, $f'(x) < 0$ עבור $-3 < x < 1$.
 ב. תחומי עלייה: $x > 1$, $x < -3$; תחום ירידה: $-3 < x < 1$.
 ג. $x = -3$ מקסימום, $x = 1$ מינימום ד. $f(-3) = 10$ ה.



7. א. כל x ב. 1 תחום החיוביות: $x > -\frac{1}{2}$, תחום השליליות: $x < -\frac{1}{2}$



- (2) נקודת מינימום $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$

ג. $y = 2x - \frac{1}{3}$ ד. $\frac{117}{896}$

8. א. 1 ג. $AC = \sqrt{900 - 60x}$ ב. 10 ס"מ ג. 3 סמ"ר $50\sqrt{3}$ ד. 18.03 $5\sqrt{13}$