

## מבחן מס' 1

ענה על שלוש מבין השאלות 1-5 (כל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות)

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

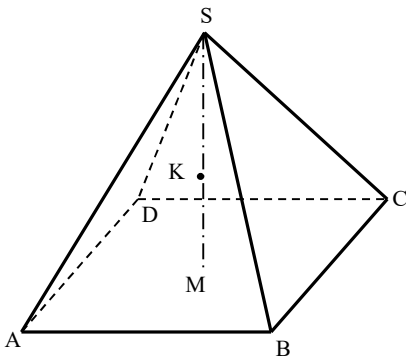
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק א - סדרות וטריגונומטריה במרחב

### סדרות

1. סדרה מוגדרת לכל  $n$  טבעי על-ידי כלל הנסיגה:  $a_5 = 24$ ,  $a_{n+1} = a_n + Bn + 1$ . נתון:
- א. הראה כי  $B = 2$ .
  - ב. מצא את הפרש הסדרה החשבונית.
  - ג. מצא נוסחה ל- $b_n$ , האיבר הכללי של הסדרה החשבונית (בטא את  $b_n$  באמצעות  $n$ ).
- ב.  $c_n$  היא סדרה המוגדרת כך:  $c_n = b_n + 2n + 1$ .
1. הראה שהסדרה  $c_n$  היא סדרה חשבונית ומצא את הפרש הסדרה.
  2. מצא את  $c_1$ .
  3. בסדרה  $c_n$  יש 33 איברים.
- מצא את סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה  $c_n$ .

### טריגונומטריה במרחב

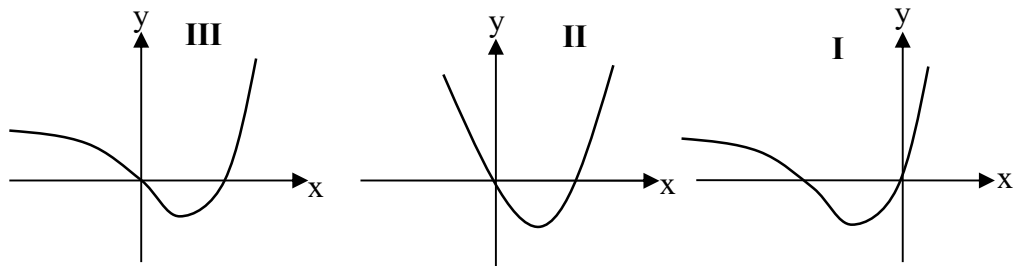


2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן.
- נתון:  $AB = 4a$ ,  $BC = 3a$ . SM הוא גובה הפירמידה.
- הנקודה K היא אמצע הקטע SM. נפח הפירמידה הוא  $18a^3$ .
- א.
    1. הבע באמצעות  $a$  את אלכסון בסיס הפירמידה.
    2. הבע באמצעות  $a$  את גובה הפירמידה.
  - ב.
    1. חשב את הזווית בין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה.
    2. נתון: שטח המשולש KAC הוא 50.625. מצא את  $a$ .
  - ג. חשב את נפח הפירמידה KABCD.

**פרק ב- בעיות גדילה ודעיכה, חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = \cos 2x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.
  - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון.
  - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .
  - נתונה הפונקציה  $g(x) = \cos x$ .
- מצא את שיעורי שתי נקודות החיתוך של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .
  - חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות בתחום  $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$  (נתון כי גרף הפונקציה  $g(x)$  נמצא מעל גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון).

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = e^{2x} - a \cdot e^x + 3$ , פרמטר  $a$ .
- נתון:  $f(0) + f'(0) = -2$ . מצא את  $a$ .
  - הצב  $a = 4$  וענה על הסעיפים הבאים:
    - מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
    - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
    - מצא את תחומי העלייה, את תחומי הירידה ואת שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה. קבע את סוג הקיצון.
    - חשב  $f(-7)$  ו- $f(-10)$ .
  - איזה מן הגרפים הבאים מתאים להיות הגרף של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.



- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f(x)$  וציר ה- $x$ .
- נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln(f(x))$ . היעזר בסעיפים הקודמים ומצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(2ax - x^2)$  ,  $a > 0$  .
- הבע באמצעות  $a$  את תחום ההגדרה של הפונקציה.
  - הבע באמצעות  $a$  את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
  - הישר  $y = \ln\left(\frac{25}{16}\right)$  משיק לגרף הפונקציה. מצא את  $a$  .
- הצב  $a = 1.25$  וענה על הסעיפים הבאים:
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה) .
  - מצא את תחומי העלייה , את תחומי הירידה ואת שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה.
  - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת בתחום בו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$  . נתון :  $g'(x) = f(x)$  . מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$  .
- ו. נתונה הפונקציה  $k(x)$  המקיימת :  $k(x) = \sqrt{f(x)}$  . מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה של הפונקציה  $k(x)$  .

**בהצלחה !**

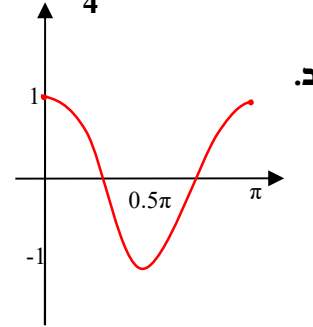
**תשובות**

1. א. 2.  $d = 8$  (3)  $b_n = 8n$  (1) ב.  $d = 10$  (2)  $c_1 = 11$  (3) 2907

2. א. 1.  $5a$  (2)  $4.5a$  (1) ב.  $60.95^\circ$  (1) ג.  $a = 3$  (2) 243

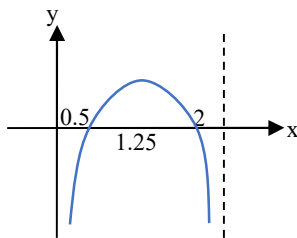
3. א. 1.  $(0;1)$ ,  $(\frac{\pi}{4};0)$ ,  $(\frac{3\pi}{4};0)$  (2)  $(0;1)$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{2};-1)$  מינימום,  $(\pi;1)$  מקסימום

ג. 1.  $(\frac{2\pi}{3};-\frac{1}{2})$ ,  $(0;1)$  (2)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$



4. א.  $a = 4$  (1) ב. כל  $x$  (2)  $(\ln 3; 0)$ ,  $(0; 0)$  (3) תחום עלייה:  $x > \ln 2$ ,  
תחום ירידה:  $x < \ln 2$ ,  $(\ln 2; -1)$  נקודת מינימום (4)  $f(-10) = 2.9998$ ,  $f(-7) = 2.9964$   
ג. גרף III ד. 0.704 ה.  $x > \ln 3$  או  $x < 0$

5. א.  $0 < x < 2a$  (1) ב.  $(a; 2\ln a)$  מקסימום ג.  $a = 1.25$  (1) ד.  $(0.5; 0)$ ,  $(2; 0)$  (2) תחום העלייה:  $0 < x < 1.25$ , תחום הירידה:  $1.25 < x < 2$



(3)  $(1.25; 2\ln 1.25)$  מקסימום  
ה. תחום עלייה:  $0.5 < x < 2$ ,  
תחומי ירידה:  $0 < x < 0.5$  ו-  $2 < x < 2.5$   
ו.  $0.5 \leq x \leq 2$

## מבחן מס' 2

ענה על שלוש מבין השאלות 1-5 (כל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות)

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

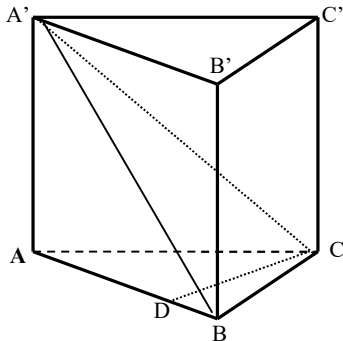
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק א - סדרות וטריגונומטריה במרחב

### סדרות

1. בסדרה חשבונית 42 איברים. הפרש הסדרה הוא 4. סכום 24 האיברים הראשונים בסדרה שווה לסכום 18 האיברים האחרונים.
  - א. מצא את האיבר הראשון בסדרה הסדרה.
  - ב. בין כל שני איברים בסדרה הנתונה הוסיפו איבר חדש כך שהתקבלה סדרה חשבונית חדשה.
    - (1) מהו הפרש הסדרה החדשה?
    - (2) האם האיבר ה-20 בסדרה החדשה שווה לאיבר העשירי בסדרה הנתונה?
    - (3) מהו מספר האיברים בסדרה החדשה?
    - (4) האם סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה החדשה שווה לסכום אברי הסדרה המקורית?
  - ג. חשב את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה החדשה.

### טריגונומטריה במרחב



2. נתונה מנסרה משולשת ישרה  $ABCC'B'A'$ .
  - בסיס המנסרה הוא משולש שווה-שוקיים  $AB = AC$ .
  - נתון:  $\angle BAC = 70^\circ$ ,  $AB = 12$ .
  - נפח המנסרה הוא 1014.87.
  - א. (1) חשב את גובה המנסרה.
  - (2) חשב את הזווית בין אלכסון הפאה  $ABB'A'$  ובין בסיס המנסרה.
  - ב. (1) חשב את הזווית  $\angle CA'B$ .
  - (2) חשב את שטח המשולש  $CA'B$ .
  - ג.  $CD$  הוא גובה לשוק  $AB$  במשולש  $ABC$ . חשב את אורך הקטע  $C'D$ .

**פרק ב- בעיות גדילה ודעיכה, חזו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = \cos^2 x - a \sin x$  בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $y$  הוא 2 - .

א. מצא את  $a$  .

ב. הצב בפונקציה  $a = 2$  .

(1) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ג. נתון כי לפונקציה  $f'(x)$  יש שתי נקודות קיצון פנימיות בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

(1) חשב  $f'(\pi)$  .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f'(x)$  .

(3) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f'(x)$ , ציר ה- $x$  וציר ה- $y$ , מימין לציר ה- $y$  .

ד. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + c$  . גרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לציר ה- $x$  בנקודת המינימום המוחלט שלה. מצא את  $c$  .

4. נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \cdot e^{-x} - a \cdot e^{-2x}$ ,  $a > 0$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) הראה שלפונקציה  $f(x)$  יש נקודת מקסימום בנקודה שבה  $x = \ln 2$  .

(3) הערך המקסימלי של הפונקציה הוא 1. מצא את  $a$  .

ב. הצב  $a = 4$  ומצא:

(1) את נקודות חיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(3) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה.

(4) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק שמצאת בסעיף הקודם וציר ה- $y$  .

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = -2f(x)$  .

(1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  וקבע את סוגה.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = (\ln x)^2 - a \ln x$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

בטא באמצעות  $a$  לפי הצורך.

ב. נקודת קיצון של הפונקציה נמצאת על הישר  $x = e$ .

1) מצא את  $a$ .

2) מצא את שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקציה.

ג. הצב  $a = 2$  וענה על הסעיפים הבאים:

1) מצא את תחומי העלייה והירידה וקבע את סוג נקודת הקיצון של הפונקציה.

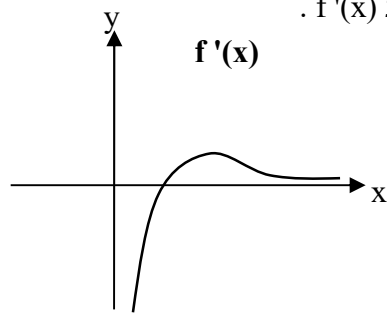
2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה. סמן בגרף את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$ .

3) בציור שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

חשב את השטח המוגבל בין גרף

פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ציר ה- $x$

והישר  $x = e^2$ .



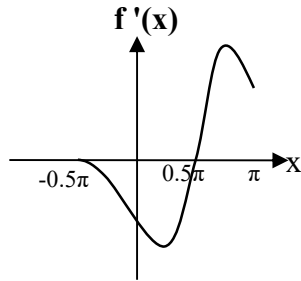
**בהצלחה !**

תשובות

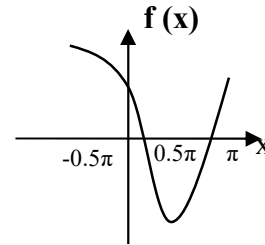
1. א. 206 ב. 1 א. 2 לא 3 83 ב. 4 כן ג. 11808

2. א. 15 ב. 51.34° ג. 42° ד. 123.46 ה. 18.77

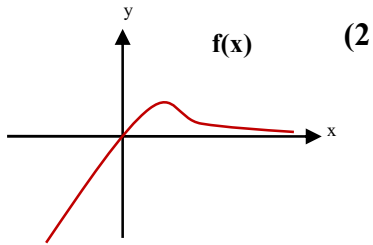
3. א.  $a = 2$  ב. 1 ג.  $(-\frac{\pi}{2}; 2)$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{2}; -2)$  מינימום,  $(\pi; 1)$  מקסימום



ג. 1  $f'(\pi) = 2$  (2)



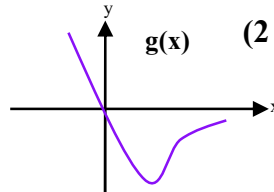
3 (3)  $c = 2$  .7



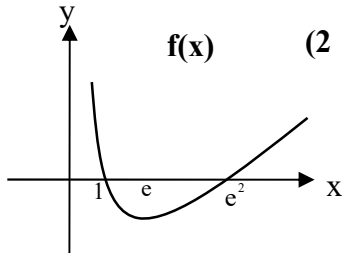
4. א. 1 כל  $x$  3  $a = 4$  ב. 1  $(0;0)$

3  $y = 1$  4 0.193

ג. 1  $(\ln 2; -2)$  מינימום (2)



5. א. 1  $x > 0$  (2)  $(1;0)$ ,  $(e^a; 0)$  ב. 1  $a = 2$  (2) -1 ג. 1 תחום העלייה:  $x > e$ ,



2  $f(x)$  תחום הירידה:  $0 < x < e$ , הנקודה  $(e; -1)$  היא נקודת מינימום (2)

1 (3)