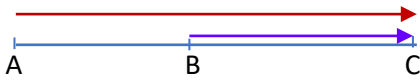


מבחן מתכונת מס' 1

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות

1. מכונית א' יוצאת בשעה 7^{00} מנקודה A ונוסעת במהירותקבועה לכיוון הנקודה C. בשעה 8^{00} יוצאת מכונית ב' מנקודה B הנמצאת בין A ל- C, ונוסעת גם

היא לכיוון הנקודה C. המרחק בין B ל- C גדול ב- 20 ק"מ מן המרחק בין A ל- B.

שתי המכוניות הגיעו לנקודה C בשעה 11^{00} .א. סמן את מהירות הנסיעה של מכונית ב' ב- x , $x > 4$.בטא באמצעות x את מהירות הנסיעה של מכונית א'.ב. למחרת, שוב יוצאת מכונית א' בשעה 7^{00} מנקודה A ונוסעת לכיוון נקודה C באותה מהירות בהנסעה ביום הקודם. מכונית ב' יוצאת שוב מנקודה B בשעה 8^{00} ונוסעת הפעם לכיוון הנקודה A

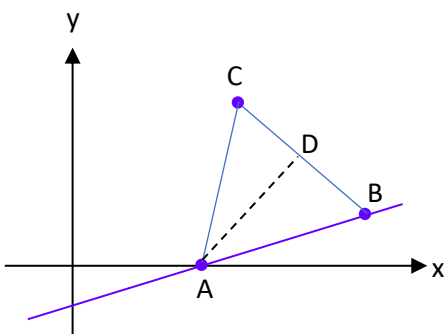
באותה מהירות בה ונוסעת ביום הקודם. המכוניות חולפות זו על פני זו במרחק של 105 ק"מ

מנקודה A.

1) בטא באמצעות x את המרחק שעברה מכונית ב' עד שחלפה על פני מכונית א'.

2) מצא את מהירות הנסיעה של כל אחת מן המכוניות.

3) באיזו שעה הגיעה מכונית ב' לנקודה A?

2. דרך הנקודה $B(11;5)$ עובר ישר ששיפועו 1. הישר חותךאת ציר ה- x בנקודה A.

א. 1) מצא את שיעורי הנקודה A.

2) מצא את אורך הקטע AB.

ב. נתון: $AB = AC$, שיעור ה- y של הנקודה C הוא 7.שיעור ה- x של הנקודה C גדול מ- 6. מצא את שיעורי הנקודה C.

ג. הנקודה D היא אמצע הקטע BC.

1) מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABD.

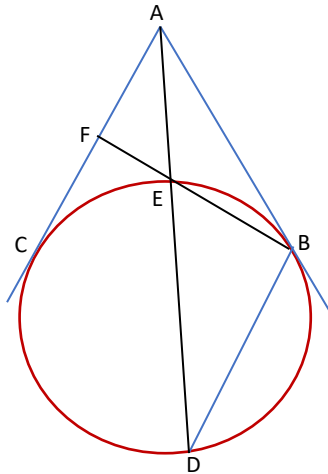
2) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

ד. DE הוא קוטר המעגל שמצאת בסעיף ג. הקוטר DE חותך את ציר ה- x בנקודה P.

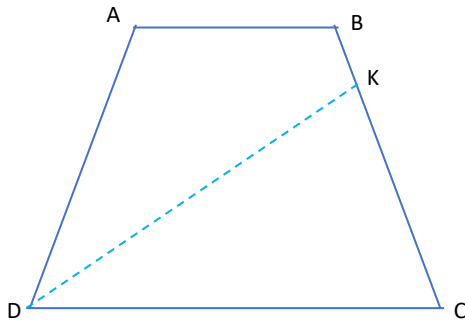
חשב את אורך הקטע AP.

3. בבית ספר גדול מוגשת ארוחת צוהריים לתלמידים. המסעדה מגישה רק שני סוגים של ארוחות: ארוחה בשרית וארוחה צמחונית. מספר הבנות בבית ספר זה גדול פי $\frac{11}{9}$ ממספר הבנים. ביום מסוים בו כל תלמידי בית הספר אכלו במסעדה, התברר ש-60% מבין הבנות בחרו בארוחה צמחונית. מספר הבנים שבחרו בארוחה בשרית גדול פי 4 ממספר הבנים שבחרו בארוחה צמחונית. א. (1) נבחר באופן מקרי באחד התלמידים (בנים ובנות) שאכלו במסעדה. מה ההסתברות שהנבחר בחר בארוחה צמחונית? ב. (2) בוחרים באחד התלמידים שאכל ארוחה צמחונית. מה ההסתברות שנבחרה בת? ג. בבית הספר לומדים 400 תלמידים ותלמידות. (1) כמה מהם בחרו בארוחה צמחונית? (2) הסועד הראשון עוזב את חדר האוכל אחרי הארוחה ואחריו עוזב סועד נוסף. מה ההסתברות ששניהם אכלו ארוחה צמחונית?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. מנקודה A יוצאים שני ישרים המשיקים למעגל בנקודות B ו-C. BD הוא מיתר במעגל המקביל למשיק AC. הקטע AD חותך את המעגל בנקודה E. המשיך המיתר BE חותך את המשיק AC בנקודה F (ראה ציור). א. (1) הוכח: $AF \cdot EB = BD \cdot FE$. ב. (2) נתון: $EB = 1.5 \cdot FE$, $AF = \sqrt{10}$. חשב BD. ג. (1) הוכח: $\triangle ABF \sim \triangle EDB$. (2) חשב את אורך הקטע BF. ג. נתון: שטח המשולש AEF הוא 3. חשב את שטח המשולש AFB. ד. נתון: $DE = 6.4$. חשב את AC.



5. נתון בטורף שווה שוקיים ABCD .

אורכי הבסיסים הם: $AB = 18$, $CD = 32$.

נתון: $\angle BCD = 73.74^\circ$.

א. (1) חשב את גובה הטרפז.

(2) חשב את שטח הטרפז.

ב. הנקודה K נמצאת על השוק BC כך שהקטע DK

חוצה את הזווית $\angle ADC$.

(1) חשב את אורך הקטע DK .

(2) חשב את אורך הקטע AK .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות שורש

6. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x < 7$ או $x > 7$. בציור שלפניך

מתואר הגרף של הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$.

א. היעזר בנתונים הרשומים בציור ומצא את תחומי

החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

$$b. \text{ נתון: } f(x) = \frac{-x^2 + 15x - 50}{(x+a)^2}$$

(1) מצא את a .

(2) מצא אסימפטוטות לגרף הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$.

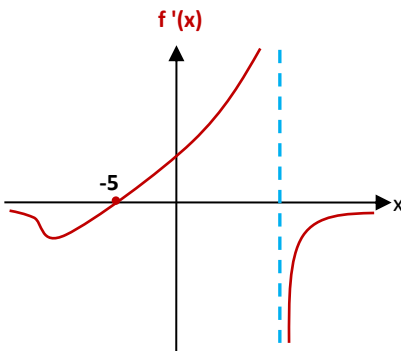
(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.

(5) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(6) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(7) כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -2$? נמק.

ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה- x וציר ה- y .



7. נתונה הפונקציה: $f(x) = ax^4 - 8x + b$. הישר $y = -4x - 3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה שבה $x = 1$.

א. מצא את a ו- b .

ב. הצב $a = 1$, $b = 0$ וענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x והישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה

שבה $x = 1$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 7$. מעבירים משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.

היעזר בסעיפים הקודמים וחשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$, המשיק לגרף

הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 1$ והישר $y = 7$.

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = 12 - x^2$.

א. הראה שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

(3) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה וציר ה- x .

ב. $ABCD$ הוא מלבן ששניי מקודקודיו (A ו- B) נמצאים

על גרף הפונקציה $f(x)$ ושני האחרים נמצאים על ציר

ה- x (ראה ציור). הנקודה B נמצאת ברביע הראשון.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- x .

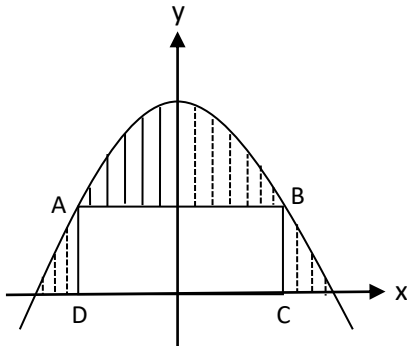
(1) בטא באמצעות x את שיעורי הנקודות A , B , C ו- D .

(2) בטא באמצעות x את השטח שבין גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x ,

ללא שטח המלבן (השטח המקוקו בציור)

(3) מצא את שיעורי הנקודה B עבורם השטח המקוקו הוא מינימלי.

(4) מצא את ממדי המלבן $ABCD$ כאשר השטח המקוקו הוא מינימלי.



בהצלחה!

תשובות

1. א. $1.5x - 5$ (ב. $3x - 125$)
 2) מהירות מכונית ב': 50 קמ"ש, מהירות מכונית ב': 70 קמ"ש (3) בשעה 10^{36} .

2. א. 1) $A(6;0)$ 2) $\sqrt{50}$ ב. $C(7;7)$ ג. 1) $(x - 8.5)^2 + (y - 2.5)^2 = 12.5$

2) $y = -\frac{1}{7}x + \frac{51}{7}$ ג. $2\frac{1}{7}$

3. א. 1) 0.42 2) $\frac{11}{14} = 0.786$ ב. 1) 168 2) $\frac{167}{950} = 0.1758$

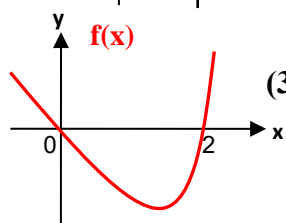
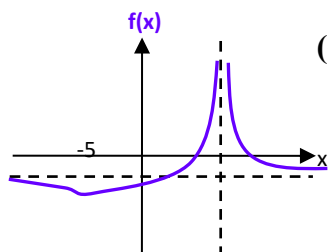
4. א. 2) $BD = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ ב. 2) $BF = 5$ ג. 7.5 ד. $AC \approx 6.75$

5. א. 1) 24 2) 600 ב. 1) 32.82 2) 19.73

6. א. תחום החיוביות: $-5 < x < 7$; תחום השליליות: $x < -5, x > 7$ (ב. $a = -7$)
 2) $x = 7, y = -1$ (3) תחום העלייה: $-5 < x < 7$, תחום הירידה: $x < -5, x > 7$

4) $(-5; -1\frac{1}{24})$ נקודת מינימום (5) $(0; -1\frac{1}{49})$ (6) $(5;0), (10;0)$

7) אף פתרון ג. 0.0213



7. א. $a = 1, b = 0$ (ב. 1) $(0;0), (2;0)$ 2) $x = 1.26$, מינימום (3)

ג. 2.325 ד. 2.325

8. א. 2) $(-\sqrt{12};0), (\sqrt{12};0)$ 3) $32\sqrt{3} = 55.426$

ב. 1) $A(-x; 12 - x^2), B(x; 12 - x^2), C(x;0), D(-x;0)$ 2) $S(x) = 32\sqrt{3} - 24x + 2x^3$

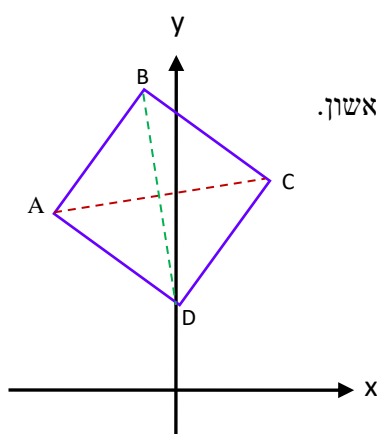
3) $AB = DC = 4; AD = BC = 8$ 4) $B(2;8)$

מבחן מתכונת מס' 2

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות

1. מכונית וקטנוע יוצאים בשעה 9:00 ממקום A ונוסעים באותה דרך ובאותו כיוון. המכונית נסעה במהירות 90 קמ"ש והקטנוע במהירות 60 קמ"ש. המכונית עצרה בדרך במזנון הממוקם בנקודה B למשך 80 דקות ואחר כך המשיכה בדרכה באותה מהירות בה נסעה קודם. הקטנוע נסע כל הדרך ללא עצירה. המכונית חלפה על פני הקטנוע בנקודה C.
- א. באיזו שעה חלפה המכונית על פני הקטנוע?
- ב. ביום אחר שוב יצאו המכונית והקטנוע מנקודה A באותו זמן ונסעו באותו כיוון במהירויות קבועות. מהירות המכונית ביום זה הייתה גבוהה ב- 20 קמ"ש מן המהירות של הקטנוע. הקטנוע נסע כל הדרך ללא עצירה והמכונית עצרה שוב במזנון בנקודה B למשך 36 דקות. אחרי העצירה המשיכה המכונית בדרכה באותה מהירות בה נסעה קודם. היא חלפה על פני הקטנוע במרחק 240 ק"מ מנקודה A.

- (1) מה הייתה מהירות הנסיעה של הקטנוע ושל המכונית ביום זה?
- (2) באיזו שעה חלפה המכונית על פני הקטנוע?



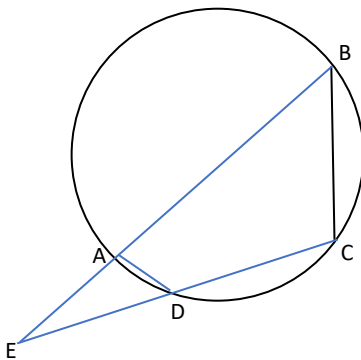
2. המרובע ABCD הוא ריבוע. נתון: $B(-1,9)$, שיפוע האלכסון AC

הוא $\frac{1}{7}$, הקודקוד D נמצא על ציר ה-y. הנקודה C נמצאת ברביע הראשון.

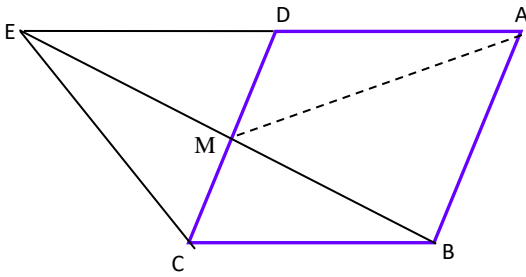
- א. מצא את שיעורי הקודקוד D.
- ב. מצא את נקודת החיתוך של אלכסוני הריבוע.
- ג. מצא את משוואת האלכסון AC.
- ד. מצא את אורך אלכסוני הריבוע.
- ה. הראה כי שיעורי הנקודות A ו-C הם: $A(-4;5)$, $C(3;6)$.
- ו. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.
- ז. מצא משוואת ישר העובר בנקודה B ומקביל לאלכסון AC.
- ח. האם הישר שמצאת בסעיף ג-2) משיק למעגל? נמק.
- ט. המשך האלכסון BD חותך את ציר ה-x בנקודה E. סמן את מרכז המעגל החוסם את הריבוע ב-M וחשב את שטח המשולש AME.

3. בכיתה י"א – 3 באחד מבתי הספר בארץ, 10 תלמידים לומדים במגמת כימיה. ביום מסוים, כאשר כל התלמידים היו בכיתה, נקראו שני תלמידים למזכירות והם יצאו זה אחר זה מן הכיתה. ההסתברות ששני התלמידים שיצאו לומדים במגמת כימיה היא $\frac{45}{496}$.
- א. כמה תלמידים לומדים בכיתה י"א - 3?
- ב. מה ההסתברות שרק אחד מן התלמידים שיצאו לומד במגמת כימיה?
- ג. 1) מה ההסתברות שלפחות אחד משני התלמידים שיצאו לומד במגמת כימיה?
2) ידוע שלפחות אחד מן התלמידים שיצאו לומד במגמת כימיה. מה ההסתברות שרק אחד מהם לומד במגמת כימיה?
- ג. ביום אחר נעדרו מן הכיתה 4 תלמידים שאינם לומדים במגמת כימיה. 3 תלמידים נקראו לצאת מן הכיתה בזה אחר זה. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהם לומד במגמת כימיה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



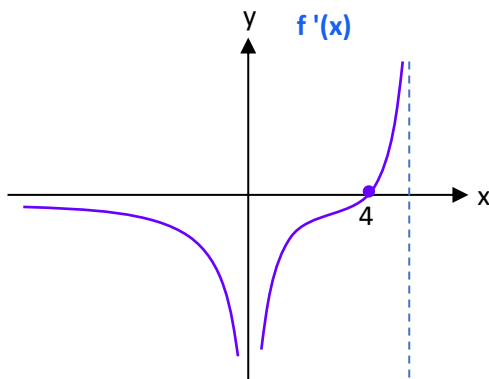
4. המרובע ABCD חסום במעגל. המשכי הצלעות AB ו-CD נפגשים בנקודה E. הוכח: $\triangle EDA \sim \triangle EBC$.
- ב. נתון: AB הוא קוטר המעגל, $AE = 10$, $ED = 12$, $DC = 8\frac{5}{6}$. חשב את רדיוס המעגל.
- ג. נתון: שטח המשולש AED הוא 20.736. חשב את שטח המרובע ABCD.
- ד. הנקודה M היא אמצע המיצר BC. הנקודה O היא מרכז המעגל. נתון: $OM = 6$. חשב את שטחי המשולשים ABC ו-ADC.



5. המרובע ABCD הוא מעוין. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AD. הקטע EB חוצה את הזווית $\angle DEC$. הנקודה M היא נקודת החיתוך של הקטע EB עם הצלע DC.
- א. נתון: $CM = 4.375$, $MB = 7.93$, $\angle DEB = 25^\circ$.
- (1) חשב את זוויות המשולש ECB.
 - (2) את זוויות המשולש EDC.
 - (3) את זוויות המעוין ABCD.
 - (4) חשב את אורך צלע המעוין ABCD.
- ב. (1) חשב את אורכי הקטעים EB ו-ED.
- (2) חשב את אורך הקטע AM.
 - (3) חשב את רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEM.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרציה של פולינומים, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות שורש



6. בציור שלפניך מתואר הגרף של $f'(x)$, הנגזרת של הפונקציה $f(x)$. גרף הפונקציה $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה שבה $x = 4$ בלבד.
- א. מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- ב. נתון: $f(x) = \frac{4}{x\sqrt{a-x}}$. מצא את a.
- ג. הצב $a = 6$ וענה על הסעיפים הבאים:
- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ ואת שיעורי נקודת הקיצון שלה.
 - (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. נתונה הפונקציה $g(x) = -\sqrt{2} \cdot f(x)$.
- (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.
 - (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 - (3) מצא את ערכי k עבורם אין פתרון למשוואה $g(x) = k$.

$$7. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{ax^2 - 6x + 9}{x^2 + b}$$

האסימפטוטות לגרף הפונקציה המאונכות לצירים נחתכות בנקודה $(1;1)$.

א. מצא את a ו- b .

ב. הצב $a = 1$ ו- $b = -1$ וענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

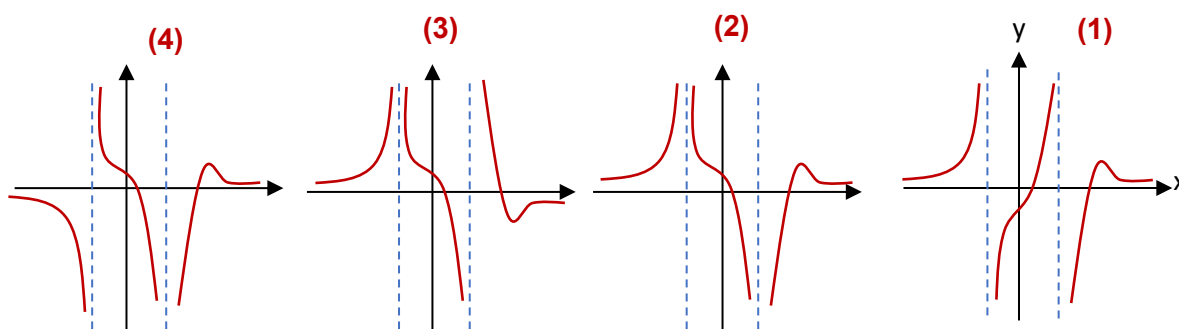
(2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את האסימפטוטות לגרף הפונקציה המאונכות לצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. איזה מן הגרפים הבאים הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



ד. חשב את השטח המוגבל בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה- x , והישר $x = 5$.

$$8. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = 2 + \frac{8}{x} \text{ בתחום } x > 0$$

והישר $x = -1$. הישר $x = -1$ חותך את

ציר ה- x בנקודה C (ראה ציור).

מנקודה A הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ מעבירים

ישר מקביל לציר ה- y החותך את ציר ה- x בנקודה B ,

וישר מקביל לציר ה- x החותך את הישר $x = -1$

בנקודה D . סמנו ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A .

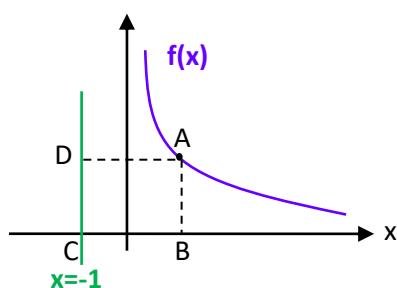
א. (1) מצא את שיעורי הנקודה A עבורם שטח המלבן $ABCD$ מינימלי.

(2) הראה שהשטח המינימלי של המלבן $ABCD$ הוא 18.

ב. מנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ מימין לנקודה A . מנקודה P מעבירים אנך PE לציר

ה- x ואנך PF לישר $x = -1$. האם שטח המלבן $PECF$ גדול או קטן מ-18? נמק.

בהצלחה!



תשובות

1. א. בשעה 13:00 ב. 1 מהירות הנסיעה של הקטנוע: 80 קמ"ש ,

מהירות הנסיעה של המכונית: 100 קמ"ש (2 בשעה 12:00

2. א. 1) $D(0;2)$ 2) $(-\frac{1}{2}; 5\frac{1}{2})$ 3) $y = \frac{1}{7}x + \frac{39}{7}$ ב. 1) $5\sqrt{2}$

ג. 1) $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - 5\frac{1}{2})^2 = 12\frac{1}{2}$ 2) $y = \frac{1}{7}x + 9\frac{1}{7}$ 3) כן .ד. 9.82

3. א. 32 ב. $\frac{55}{124}$ 1) ג. $\frac{265}{496}$ 2) $\frac{44}{53}$ ג. $\frac{85}{182}$

4. א. $R = 7.5$ ב. ג. $S_{ABCD} = 69.264$.ד. $S_{\Delta ABC} = 54$, $S_{\Delta ADC} = 15.264$

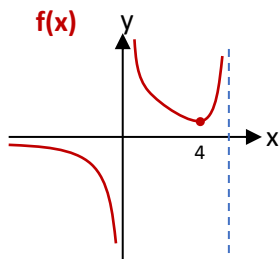
5. א. 1) $\angle CEB = \angle EBC = 25^\circ$, $\angle ECB = 130^\circ$ 2) $\angle CED = \angle EDC = 50^\circ$,

3) $\angle ECD = 80^\circ$, $\angle CDA = \angle ABC = 130^\circ$, $\angle DCB = \angle DAB = 50^\circ$ 4) 10

ב. 1) $EB = 18.126$, $ED = 12.856$ 2) $AM = 14.28$ 3) $R = 16.89$

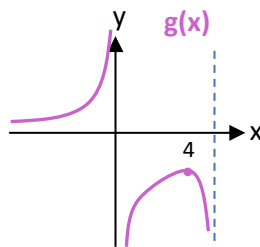
6. א. $x = 4$, מינימום ב. $a = 6$ ג. $0 < x < 6$, $x < 0$

2) תחום העלייה: $4 < x < 6$, תחום הירידה: $0 < x < 4$, $x < 0$



(3)

נקודת המינימום: $(4; \frac{\sqrt{2}}{2})$

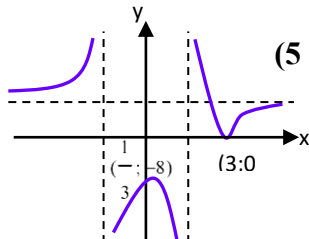


ד. 1) $(4; -1)$ מקסימום 2)

3) $-1 < k \leq 0$

7. א. $a = 1$, $b = -1$ ב. 1) $x < -1$, $-1 < x < 1$, $x > 1$ 2) $(\frac{1}{3}; -8)$ מקסימום ,

3) מינימום $(3; 0)$ תחומי העלייה: $x > 3$, $-1 < x < \frac{1}{3}$, $x < -1$; תחומי ירידה:



4) $\frac{1}{3} < x < 1$, $1 < x < 3$ 5) $y = 1$, $x = -1$, $x = 1$

ג. גרף (2) .ד. $\frac{1}{6}$

8. א. 1) $A(2;6)$ ב. גדול יותר