שאלון 482
קיץ 2022 - פתרונות

א.מ. ספרי מתמטיקה

מבחן מס' 1

פתרון שאלה מס' 1

א. 1) $a_1 = 4\cdot 1+1 = \mathbf{5}$.

2) $a_n = 4n+1 \Rightarrow a_{n+1} = 4(n+1)+1 = 4n+5 \Rightarrow$

$a_{n+1} - a_n = 4n+5-(4n+1) = 4 \Rightarrow d = 4$, הסדרה חשבונית

ב.

הסדרה	A_1	D	N	S
$a_1, a_2, a_3, ..., a_{2n}$	5	4	2n	$\frac{2n[10+(2n-1)\cdot 4]}{2}$
$a_2, a_4, a_6 ....$	5+4 = 9	$2\cdot 4 = 8$	n	$\frac{n[18+(n-1)\cdot 8]}{2}$

$$\frac{n[18+8n-8]}{2} = 636 \Rightarrow 8n^2+10n-1272 = 0 \Rightarrow n = 12 \text{ (n מספר טבעי)}$$

$$\Rightarrow 2n = \mathbf{24}$$

ג. 1) הסדרה המקורית: a_{24} , ... , 17 , 13 , 9 , 5 . אם מכניסים איבר נוסף בין כל שני איברים סמוכים כך שתתקבל סדרה חשבונית חדשה , ההפרש של הסדרה החדשה צריך להיות חצי מן ההפרש של הסדרה המקורית. תתקבל הסדרה: a_{24} ,.... , 13 , 11 , 9 , 7 , 5.

הפרש הסדרה החדשה הוא **2**.

2) בין 24 אברי הסדרה המקורית מכניסים 23 איברים נוספים, לכן ,
בסדרה החדשה יש **47** איברים.

(3

הסדרה	A_1	D	N	S
$5, 9, 13, ..., a_{24}$	5	4	24	
$5, 7, 9, ..., a_{24}$	5	2	47	$\frac{47[10+46\cdot 2]}{2} = \mathbf{2397}$

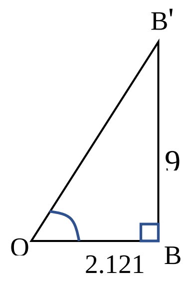
ד. 1) הסדרה b_n: $b_1 = a_1 = 5$, $b_3 = a_{11} = 5+10\cdot 4 = 45$.

$b_3 = b_1\cdot q^2 \Rightarrow 45 = 5\cdot q^2 \Rightarrow q^2 = 9 \Rightarrow q = \pm 3$. הסדרה עולה , לכן, $\mathbf{q = 3}$.

2) $b_n = 295245 \Rightarrow 5\cdot 3^{n-1} = 295245 \Rightarrow 3^{n-1} = 59049 \Rightarrow$

$n-1 = \log_3(59049) = 10 \Rightarrow \mathbf{n = 11}$

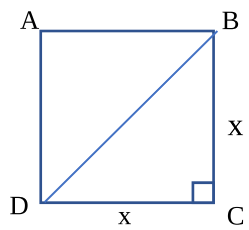
פתרון שאלה מס' 2



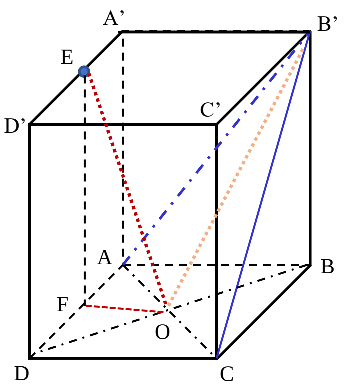
א. 1) B'B מאונך לבסיס התיבה , לכן הקטע OB הוא ההיטל של B'O על בסיס התיבה. הזווית בין B'O לבסיס של התיבה היא הזווית $\sphericalangle B'OB$.

במשולש ישר הזווית B'OB מקבלים:

$$\tan(76.737^\circ)=\frac{B'B}{OB}\Rightarrow \tan(76.737^\circ)=\frac{9}{OB}\Rightarrow OB=2.121$$



אורך הקטע OB הוא חצי מאורך אלכסון הריבוע ABCD , לכן, אורך האלכסון BD הוא 4.242 . במשולש ישר הזווית BDC מקבלים: $x^2+x^2=4.242^2\Rightarrow x^2=\frac{4.242^2}{2}\Rightarrow x=\mathbf{3}$



2) AB = BC (צלעות הריבוע שוות) , BB' = BB' (צלע משותפת) , $\sphericalangle B'BA=\sphericalangle B'BC=90^\circ$ (זוויות המלבנים ישרות) , לכן , $\Delta B'BA\cong\Delta B'BC\Rightarrow AB'=CB'$.

3) AB' = CB' , לכן , התיכון B'O הוא גם גובה לצלע AC.

במשולש B'OB : $(OB')^2=2.121^2+9^2\Rightarrow OB'=9.2465$

אלכסוני הריבוע שווים זה לזה , לכן AC = BD = 4.242.

$$S_{\Delta B'AC}=\frac{AC\cdot B'O}{2}=\frac{4.242\cdot 9.2465}{2}=\mathbf{19.61}$$

ב. נוריד אנך מנקודה E למקצוע AD . F נקודת החיתוך של האנך עם המקצוע AD . EF שווה לגובה התיבה והנקודה F היא אמצע המקצוע AD (D'DFE מלבן). לכן: EF = 9 ; OF = 1.5

EF אנך לבסיס התיבה , FO ההיטל של EO על הבסיס , הזווית שיוצר הקטע OE עם בסיס התיבה היא הזווית $\sphericalangle EOF$.

במשולש EFO : $\tan(\sphericalangle EOF)=\frac{9}{1.5}=6\Rightarrow \sphericalangle EOF=\mathbf{80.54^\circ}$.

פתרון שאלה מס' 3

א. $f(-x) = \cos(-2x) - 2\cos(-x) - \frac{1}{2} = \cos(2x) - 2\cos(x) - \frac{1}{2} = f(x) \Rightarrow$

הפונקציה זוגית.

ב. 1) $f'(x) = -2\sin 2x + 2\sin x = 0 \Rightarrow -\sin 2x + \sin x = 0 \Rightarrow$

$\sin x(-2\cos x + 1) = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi k$

$-2\cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

הפתרונות בתחום $-\pi \le x \le \pi$:

k	-1	0	1
$x_1 = \pi k$	$-\pi$	0	π
$x_2 = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$	-	$\frac{\pi}{3}$	-
$x_3 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$	-	$-\frac{\pi}{3}$	-

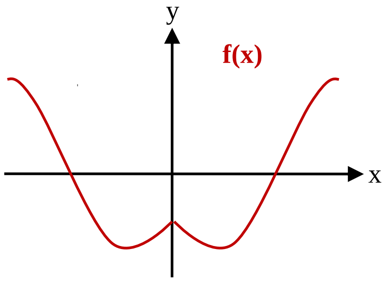
מתקבלות הנקודות בהן : $x = -\pi, -\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}, \pi$. נזהה את הנקודות:

x	$-\pi$	$<x<$	$-\frac{\pi}{3}$	$<x<$	0	$<x<$	$\frac{\pi}{3}$	$<x<$	π
f '(x)	0	-	0	+	0	-	0	+	
f(x)	Max	↘	min	↗	Max	↘	min	↗	Max

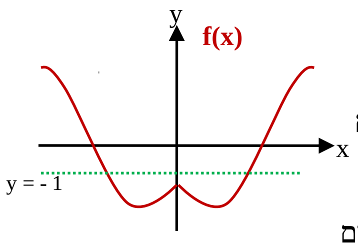
$f(-\pi) = f(\pi) = 2.5$, $f(-\frac{\pi}{3}) = f(\frac{\pi}{3}) = -2$, $f(0) = -1.5$.

מתקבלות הנקודות : $(-\pi; 2.5)$ מקסימום , $\left(-\frac{\pi}{3}; -2\right)$ מינימום , $(0;-1.5)$ מקסימום ,

$\left(\frac{\pi}{3}; -2\right)$ מינימום , $(\pi; 2.5)$ מקסימום



2)



3) הישר $y = -1$ עובר
בין נקודת המקסימום
המקומית $(0;-1.5)$
לבין נקודות המקסימום
$(-\pi;2.5)$ ו- $(\pi;2.5)$
וחותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות. למשוואה $f(x) = -1$ יש **2 פתרונות**

ג. **גרף I.** – על פי נקודות האפס : $(-\pi;0)$, $\left(-\frac{\pi}{3};0\right)$, $(0;0)$, $\left(\frac{\pi}{3};0\right)$, $(\pi;0)$

תחומי החיוביות: $\frac{\pi}{3} < x < \pi$, $-\frac{\pi}{3} < x < 0$

ותחומי השליליות: $0 < x < \frac{\pi}{3}$, $-\pi < x < -\frac{\pi}{3}$

רק גרף I. מתאים להיות הגרף של $f'(x)$.

פתרון שאלה מס' 4

א. 1) $e^x > 0$ לכל x , לכן , הפונקציה מוגדרת **לכל ערך של x** .

2) $f(x) = e^x + \frac{9}{e^x} + a = e^x + 9e^{-x} + a \Rightarrow f'(x) = e^x - 9e^{-x} = e^x - \frac{9}{e^x} = 0 \Rightarrow$

$$\left(e^x\right)^2 - 9 = 0 \Rightarrow \left(e^x\right)^2 = 9 \Rightarrow e^x = \pm 3$$

$$e^x > 0 \Rightarrow e^x = 3 \Rightarrow x = \ln 3$$

x	$x <$	ln3	$< x$
f '(x)	-	0	+
f(x)	↘	min	↗

מקבלים: **x = ln3 נקודת מינימום**

3) הישר y = - 4 הנו ישר בעל שיפוע 0 , לכן הוא משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה x = ln3 .

$f(\ln 3) = 3 + \frac{9}{3} + a = 6 + a$ מקבלים: (ln3;6 + a) נקודת מינימום.

a = - 10 ⇐ 6 + a = - 4

ב. 1) $f(x) = e^x + \frac{9}{e^x} - 10 \Leftarrow$

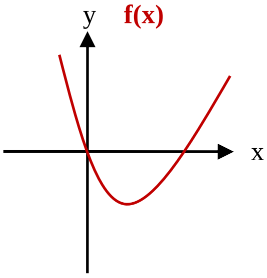
$f(0) = 1 + 9 - 10 = 0 \Rightarrow$ **(0;0)**

$f(x) = 0 \Rightarrow e^x + \frac{9}{e^x} - 10 = 0$. נסמן $e^x = t$ ונקבל: $t + \frac{9}{t} - 10 = 0 \Leftarrow$

$t^2 - 10t + 9 = 0 \Rightarrow t = 9\ ,\ t = 1 \Rightarrow e^x = 9 \Rightarrow x = \ln 9, e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

מתקבלות הנקודות **(ln9;0) ; (0;0)**

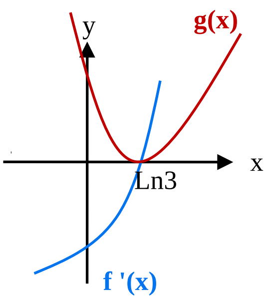
(2



ג. $f'(x) = e^x - \frac{9}{e^x} = 0 \Rightarrow e^{2x} = 9 \Rightarrow e^x = 3 \Rightarrow x = \ln 3 \Rightarrow$ **(ln3;0)**

$f'(0) = 1 - 9 = -8 \Rightarrow$ **(0;-8)**

ד. 1) הפונקציה g(x) = f(x) + 4 היא הזזה אנכית של גרף הפונקציה f(x) , 4 יחידות כלפי מעלה , לכן , נקודת המינימום תהיה (ln3;0). מקבלים:



2) $S = \int_0^{\ln 3} \left(e^x + \frac{9}{e^x} - 10 + 4\right) - \left(e^x - \frac{9}{e^x}\right) dx =$

$$S = \int_0^{\ln 3} \left(\frac{18}{e^x} - 6\right) dx = \int_0^{\ln 3} \left(18e^{-x} - 6\right) dx =$$

$$\left[-18e^{-x} - 6x\right]_0^{\ln 3} = (-6 - 6\ln 3) - (-18) = \mathbf{5.41}$$

פתרון שאלה מס' 5

א. 1) נתון: $f'(1)=0$. לכן:

$$f(x)=\frac{x}{\ln(ax)+1}\Rightarrow f'(x)=\frac{\ln(ax)+1-x\cdot\frac{a}{ax}}{[\ln(ax)+1]^2}=\frac{\ln(ax)+1-1}{[\ln(ax)+1]^2}\Rightarrow$$

$$f'(x)=\frac{\ln(ax)}{[\ln(ax)+1]^2}\Rightarrow f'(1)=\frac{\ln(a)}{[\ln(a)+1]^2}=0\Rightarrow\ln(a)=0\Rightarrow\mathbf{a=1}$$

2) $f(x)=\frac{x}{\ln(x)+1}$. תחום ההגדרה: $x>0$ וגם $\ln(x)+1\neq0\Leftarrow$

$\ln(x)\neq-1\Rightarrow x\neq e^{-1}\Rightarrow x\neq\frac{1}{e}$. מקבלים: $\mathbf{0<x<\frac{1}{e}\ ,\ x>\frac{1}{e}}$

3) הפונקציה לא מוגדרת עבור $x=0$, לכן, אין לפונקציה נקודת חיתוך עם ציר ה- y.

חיתוך עם ציר ה- x: $\frac{x}{\ln(x)+1}=0\Rightarrow x=0$. אין פתרון בתחום ההגדרה של הפונקציה

לכן, אין לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים.

4) לפי סעיף א': $f'(x)=\frac{\ln(x)}{[\ln(x)+1]^2}=0\Rightarrow\ln(x)=0\Rightarrow x=1$

x	0	< x <	$\frac{1}{e}$	< x <	1	< x
f '(x)		-		-	0	+
f(x)		↘		↘	min	↗

תחום העלייה: $x>1$, תחומי הירידה: $\frac{1}{e}<x<1$, $0<x<\frac{1}{e}$

5) **נקודת מינימום (1;1)** $\Leftarrow f(1)=\frac{1}{\ln(1)+1}=1$.

ב. 1) על פי הסעיף הקודם הנקודה **(1;0)** היא נקודת החיתוך היחידה של $f'(x)$ עם ציר ה- x.

2) $f'(x)$ חיובית בתחום $x>1$, לכן:

$$S=\int_1^{10}f'(x)dx=\left[[f(x)]\right]_1^{10}=f(10)-f(1)=$$

$$=\frac{10}{\ln(10)+1}-\frac{1}{\ln(1)+1}=3.0279-1=\mathbf{2.0279}$$

מבחן מס' 2

פתרון שאלה מס' 1

א. 1) $a_n = 9\cdot 4^{n-1} \Rightarrow a_{n+1} = 9\cdot 4^n \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{9\cdot 4^n}{9\cdot 4^{n-1}} = 4 \Rightarrow$

הסדרה הנדסית ומנתה $q = \mathbf{4}$.

2) $a_1 = 9\cdot 4^0 = \mathbf{9}$

3) נסמן את האיבר ב- a_{n+1} ואז סכום כל האיברים שלפניו הוא S_n. מקבלים:

$$a_{n+1} = S_n + 393219 \Rightarrow 9\cdot 4^n = \frac{9(4^n - 1)}{3} + 393219 \Rightarrow$$

$$9\cdot 4^n = 3(4^n - 1) + 393219 \Rightarrow 9\cdot 4^n = 3\cdot 4^n - 3 + 393219 \Rightarrow$$

$$6\cdot 4^n = 393216 \Rightarrow 4^n = 65536 \Rightarrow n = \log_4(65536) = 8 \Rightarrow$$

מקומו של האיבר שסומן a_{n+1} הוא **9**.

ב. 1) נמצא תחילה את a_3 ואת a_5: $a_3 = 9\cdot 4^2 = 144$, $a_5 = 9\cdot 4^4 = 2304$.

מקבלים: $b_5 = -8\cdot 2304 = -18432$, $b_2 = 2\cdot 144 = 288$. לכן:

$$b_1\cdot q = 288 \text{ , } b_1\cdot q^4 = -18432 \Rightarrow \frac{b_1\cdot q^4}{b_1\cdot q} = \frac{-18432}{288} \Rightarrow q^3 = -64 \Rightarrow q = \mathbf{-4}$$

2) $b_1\cdot q = 288 \Rightarrow -4b_1 = 288 \Rightarrow \mathbf{b_1 = -72}$

3)

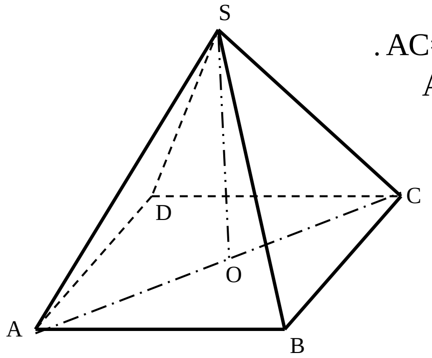
הסדרה	A_1	Q	N	S
$b_1, b_2, ..., b_{2n+1}$	-72	- 4	2n+1	
$b_2, b_4, b_6, ..., b_{2n}$	$b_2 = 288$	$(-4)^2 = 16$	n	$\frac{288(16^n - 1)}{16-1}$

מקבלים: $\frac{288(16^n - 1)}{15} = 78624 \Rightarrow 288(16^n - 1) = 1179360 \Rightarrow$

$16^n - 1 = 4095 \Rightarrow 16^n = 4096 \Rightarrow n = \log_{16} 4096 = 3 \Rightarrow 2n + 1 = \mathbf{7}$

בסדרה b_n יש 7 איברים.

פתרון שאלה מס' 2



א. 1) אורך אלכסון המלבן ABCD הוא: $AC=\sqrt{9^2+12^2}=15$.

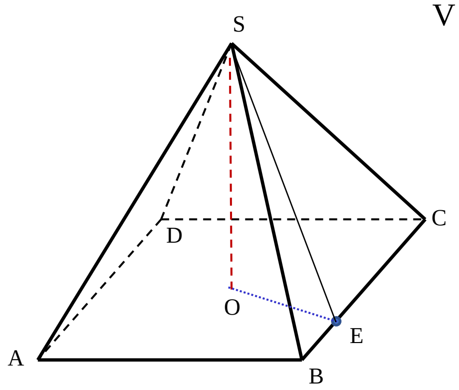
O נקודת מפגש אלכסוני המלבן $\Leftarrow$ $AO = CO = 7.5$

נתון: $\sphericalangle SCO = 60^\circ$ $\Leftarrow$ במשולש SCO :

$$\frac{7.5}{SC}=\cos 60^\circ \Leftarrow \mathbf{SC = 15}$$

2) $$\frac{SO}{7.5}=\tan 60^\circ \Leftarrow \mathbf{SO = \frac{15\sqrt{3}}{2}}$$

3) $$V=\frac{S_{ABCD}\cdot SO}{3}=\frac{9\cdot 12\cdot\frac{15\sqrt{3}}{2}}{3}=\mathbf{270\sqrt{3}=467.65}$$



ב. 1) $SO \perp OE$ (גובה הפירמידה מאונך לכל ישר על בסיס הפירמידה העובר דרך O) לכן:

$$\frac{SO\cdot OE}{2}=\frac{195\sqrt{3}}{8}\Rightarrow SO\cdot OE=\frac{195\sqrt{3}}{4}\Rightarrow$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{2}\cdot OE=\frac{195\sqrt{3}}{4}\Rightarrow \mathbf{OE = 6.5}$$

2) הזווית בין SE לבסיס הפירמידה היא הזווית $\sphericalangle SEO$.

במשולש SOE מקבלים: $\tan\sphericalangle SEO=\frac{SO}{OE}=\frac{15\sqrt{3}}{2}:6.5=2\Rightarrow \sphericalangle SEO=\mathbf{63.43^\circ}$

פתרון שאלה מס' 3

א. 1) חיתוך עם ציר ה- y : $f(0) = 3$. מקבלים: $\mathbf{(0;3)}$

חיתוך עם ציר ה- x : $2\cos(2x)+1=0\Rightarrow 2\cos(2x)=-1\Rightarrow \cos(2x)=\frac{-1}{2}\Rightarrow$

$$2x_1=\frac{2\pi}{3}+2\pi k\Rightarrow x_1=\frac{\pi}{3}+\pi k\ ,\ 2x_2=-\frac{2\pi}{3}+2\pi k\Rightarrow x_2=-\frac{\pi}{3}+\pi k$$

הפתרונות בתחום: $0\le x\le \pi$: $x=\frac{\pi}{3},\ x=\frac{2\pi}{3}$.

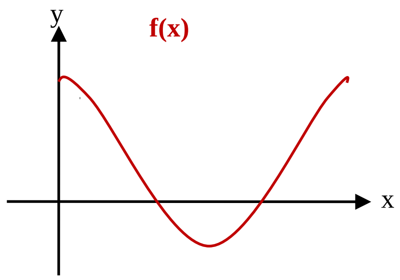
מתקבלות הנקודות: $\left(\boldsymbol{\frac{\pi}{3};0}\right),\left(\boldsymbol{\frac{2\pi}{3};0}\right)$.

2) $$f(x)=2\cos(2x)+1\Rightarrow f'(x)=-4\sin(2x)=0\Rightarrow \sin(2x)=0\Rightarrow$$

$2x=\pi k\Rightarrow x=\frac{\pi k}{2}$.

הפתרונות בתחום הנתון: $x=\pi$, $x=\frac{\pi}{2}$, $x=0$.

x	0	< x <	$\frac{\pi}{2}$	< x <	π
f '(x)	0	-	0	+	0
f(x)	Max	↘	min	↗	Max



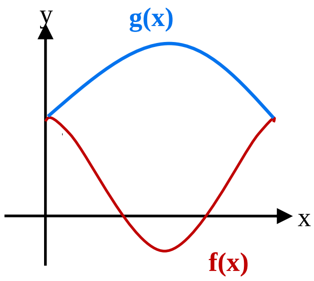
$f(0) = 3 , f(\frac{\pi}{2}) = -1, f(\pi) = 3$. מתקבלות הנקודות:

(0;3) מקסימום , $f(\frac{\pi}{2};-1)$ מינימום , $(\pi;3)$ מקסימום (3

ב. $g(x) = \sin(x) + a \Rightarrow g'(x) = \cos(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

הפתרון היחיד בתחום $0 \le x \le \pi$ הוא $\frac{\pi}{2}$.

x	0	< x <	$\frac{\pi}{2}$	< x <	π
g '(x)		+	0	-	
g(x)	min	↗	Max	↘	min



מתקבלות הנקודות : $g(0) = a , g(\frac{\pi}{2}) = a+1 , g(\pi) = a$

(0;a) מינימום , $(\frac{\pi}{2};a+1)$ מקסימום , $(\pi;a)$ מינימום (2

ג. 1) נתון: $f(0) = g(0)$ לכן **a = 3**.

3) $S = \int_0^{\pi} (g(x) - f(x))d(x) =$

$$\int_0^{\pi} (\sin(x) + 3 - (2\cos(2x)+1))d(x) = \int_0^{\pi} (\sin(x) - 2\cos(2x) + 2)d(x) =$$

$$\left[-\cos(x) - \frac{2\sin(2x)}{2} + 2x\right]_0^{\pi} = (1+2\pi)-(-1) = \mathbf{2+2\pi = 8.283}$$

פתרון שאלה מס' 4

א. 1) תחום ההגדרה: $e^x - 2 \neq 0 \Rightarrow e^x \neq 2 \Rightarrow \mathbf{x \neq \ln 2}$

2) האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x : $\mathbf{x = \ln 2}$

3) $$f'(x) = \frac{2e^{2x}(e^x-2) - e^x(e^{2x}+5)}{(e^x-2)^2} = \frac{e^x\left[2e^x(e^x-2)-(e^{2x}+5)\right]}{(e^x-2)^2} =$$

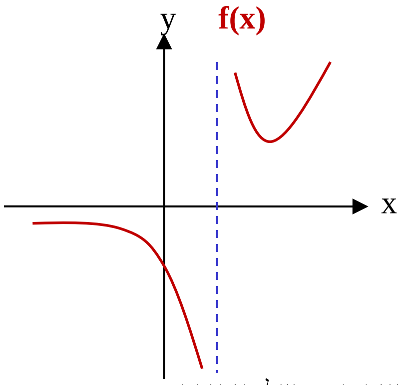
$$= \frac{e^x\left[2e^{2x}-4e^x-e^{2x}-5\right]}{(e^x-2)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{e^x\left(e^{2x}-4e^x-5\right)}{(e^x-2)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$e^x\left(e^{2x}-4e^x-5\right) = 0 \Rightarrow e^x > 0 \Rightarrow e^{2x}-4e^x-5 = 0$$

נסמן : $e^x = t$ ונקבל : $t^2-4t-5=0 \Rightarrow t=5\ ,\ t=-1$

$$e^x > 0 \Rightarrow e^x = 5 \Rightarrow x = \ln 5$$

x	x <	ln2	< x <	ln5	< x
f '(x)	-		-	0	+
f(x)	↘		↘	min	↗



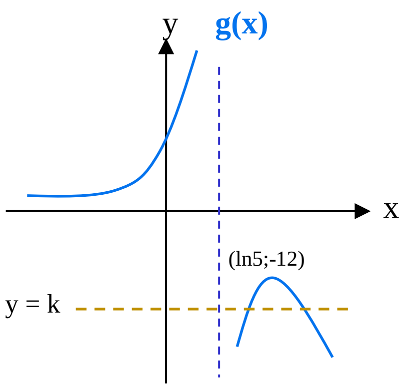
תחום העלייה: $\mathbf{x > \ln 5}$, **תחומי הירידה :** $\mathbf{x < \ln 2\ ,\ \ln 2 < x < \ln 5}$

4) $$f(x) = \frac{e^{2x}+5}{e^x-2} + b \Rightarrow f(\ln 5) = \frac{e^{2\ln 5}+5}{e^{\ln 5}-2} + b = 10 + b$$

5) הערה: שימו לב- $e^{\ln 5} = 5\ ,\ e^{2\ln 5} = e^{\ln 5^2} = e^{\ln 25} = 25$

מתקבלת הנקודה : **(ln5;b+10)** שיעורי **נקודת המינימום** של הפונקציה

ב. הישר $y = 12$ משיק לגרף הפונקציה f(x) בנקודת המינימום שלה , לכן , שיעור ה- y של הנקודה הוא 12. מקבלים: $b + 10 = 12$ לכן: $\mathbf{b = 2}$.



ג. 1) הפונקציה g(x) היא שיקוף של הפונקציה f(x) ביחס לציר ה- x :
הנקודה **(ln5;-12) היא נקודת מקסימום** של הפונקציה g(x) .

2) ישר מקביל לציר ה- x החותך את גרף הפונקציה g(x)
בשתי נקודות צריך לעבור מתחת לנקודת המקסימום
של הפונקציה , לכן : **k < - 12**.

פתרון שאלה מס' 5

א.

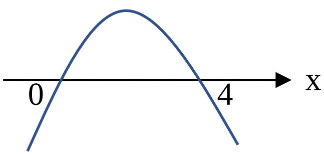
x	x <	0	< x <	2	< x <	b	< x
f '(x)			+	0	-		
f(x)			↗	max	↘		

תחום העלייה: $\mathbf{0 < x < 2}$, **תחום הירידה:** $\mathbf{2 < x < b}$

ב. על פי הנתונים ידוע כי $f'(2) = 0$.

$$f(x) = \ln(ax - x^2) - k \Rightarrow f'(x) = \frac{a - 2x}{ax - x^2} \Rightarrow a - 2\cdot 2 = 0 \Rightarrow a - 4 = 0 \Rightarrow \mathbf{a = 4}$$

ג. (1 $f(x) = \ln(4x - x^2) - k$. תחום ההגדרה של הפונקציה : $4x - x^2 > 0$.



פתרונות המשוואה $4x - x^2 = 0$ הם $x = 0$ ו- $x = 4$.

תחום החיוביות של הפרבולה $y = 4x - x^2$ הוא: $\mathbf{0 < x < 4}$ $(b = 4)$

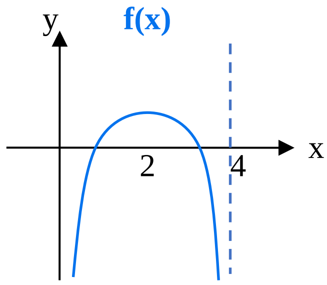
2) האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x : $\mathbf{x = 0 , x = 4}$

ד. 1) נתון: $f(3) = 0$ לכן $0 = \ln(4\cdot 3 - 3^2) - k \Leftarrow \ln 3 - k = 0 \Leftarrow \mathbf{k = \ln 3}$.

2) $f(x) = \ln(4x - x^2) - \ln 3 \Leftarrow$

$$\ln(4x - x^2) - \ln 3 = 0 \Rightarrow \ln(4x - x^2) = \ln 3 \Rightarrow 4x - x^2 = 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

נקודת החיתוך השנייה של הפונקציה עם ציר ה- x . $x = 3\ ,\ x = 1 \Rightarrow \mathbf{(1;0)}$



3) לפי סעיף א' ידוע ששיעור ה- x של נקודת המקסימום של הפונקציה הוא $x = 2$. נמצא את שיעור ה- y של הנקודה :

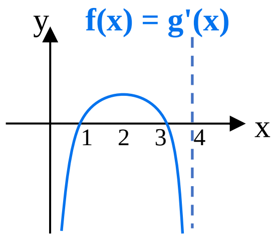
$$f(2) = \ln(4\cdot 2 - 2^2) - \ln 3 = \ln 4 - \ln 3 = 0.288 \Rightarrow$$

(2;0.288) נקודת מקסימום

(4

ד. 1) **תחום החיוביות:** $\mathbf{1 < x < 3}$

תחומי השליליות: $\mathbf{0 < x < 1 , 3 < x < 4}$



(2

x	0	< x <	1	< x <	3	< x <	4
g '(x)		-	0	+	0	-	
g(x)		↘	min	↗	max	↘	

מקבלים: $\mathbf{x = 1}$ **נקודת מינימום** , $\mathbf{x = 3}$ **נקודת מקסימום**