

מבחן מס' 1**פרק א' - סדרות וטריגונומטריה במרחב****סדרות**

1. נתונה הסדרה: $a_n = 4n + 1$.

א. מצא את האיבר הראשון של הסדרה.

ב. הוכח כי הסדרה היא סדרה חשבונית ומצא את הפרש הסדרה.

ג. בסדרה זו יש מספר זוגי של איברים. סכום אברי הסדרה העומדים במקומות הזוגיים הוא 636. מצא את מספר אברי הסדרה.

ד. בין כל שני איברים בסדרה הכניסו איבר נוסף, כך שהתקבלה סדרה חשבונית חדשה.

1) מצא את הפרש הסדרה החדשה.

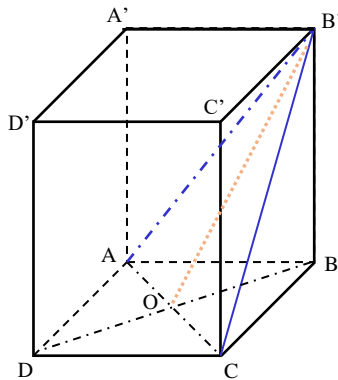
2) מצא את מספר האיברים בסדרה החדשה.

3) חשב את סכום הסדרה החדשה.

ה. הסדרה b_n היא סדרה הנדסית עולה. נתון: $b_1 = a_1$, $b_3 = a_{11}$.

1) מצא את מנת הסדרה.

2) האיבר האחרון בסדרה ההנדסית b_n הוא 295245. מצא את מספר אברי הסדרה.

טריגונומטריה במרחב

2. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה O היא נקודת מפגש אלכסוני הריבוע $ABCD$

(ראה ציור). הקטע $B'O$ יוצר זווית בת 76.737° עם

הבסיס $ABCD$. גובה התיבה הוא 9.

א. 1) חשב את אורך הצלע של בסיס התיבה.

2) הראה ש- $AB' = CB'$.

3) חשב את שטח המשולש $AB'C$.

ב. הנקודה E היא אמצע המקצוע $D'A'$.

חשב את הזווית שיוצר הקטע OE עם בסיס התיבה.

פרק ב- חזו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos 2x - 2\cos x - \frac{1}{2}$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

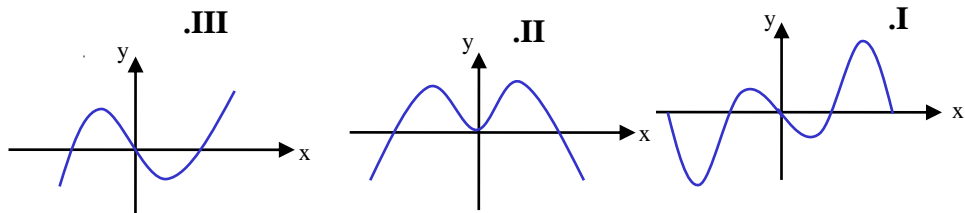
א. הראה שהפונקציה $f(x)$ זוגית.

ב. (1) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -1$? נמק.

ג. איזה מן הגרפים הבאים מתאים להיות הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



4. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^x + \frac{9}{e^x} + a$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.

(3) גרף הפונקציה משיק לישר $y = -4$. מצא את a .

הצב $a = -10$ וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. בציר שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$

של הפונקציה $f(x)$. מצא את נקודות החיתוך של

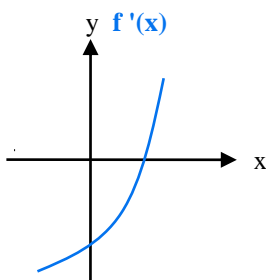
הפונקציה $f'(x)$ עם הצירים.

ד. (1) נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 4$.

הוסף לסרטוט של $f'(x)$ את הגרף של הפונקציה $g(x)$.

(2) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$,

גרף הפונקציה $f'(x)$ וציר ה- y .



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\ln(ax) + 1}$. לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 1$.

א. מצא את a .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) הראה שאין לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(5) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

ב. הפונקציה $f'(x)$ היא הנגזרת של הפונקציה $f(x)$. לפונקציות $f(x)$ ולפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

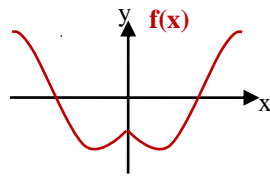
(1) מצא את נקודת החיתוך של $f'(x)$ עם ציר ה- x .

(2) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f'(x)$, ציר ה- x והישר $x = 10$.

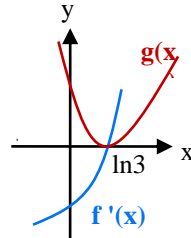
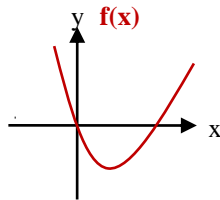
בהצלחה!

תשובות

1. א. 1, 5, ב. 24, ג. 1, 2, 2, 47, 3, 2397, ד. 1, 3, 2, 11

2. א. 1, 3, 3, 19.61, ב. 80.54° 3. ב. 1) מתקבלות הנקודות: $(-\pi; 2.5)$ מקסימום, $\left(-\frac{\pi}{3}; -2\right)$ מינימום, $(0; -1.5)$ מקסימום,2) מינימום $\left(\frac{\pi}{3}; -2\right)$, מקסימום $(\pi; 2.5)$

3) 2 פתרונות, ג. גרף I.

4. א. 1) כל x (2) $x = \ln 3$ מינימום (3) $a = -10$ ב. 1) $(0; 0)$, $(\ln 9; 0)$ (2)ג. $(\ln 3; 0)$, $(0; -8)$ ד. 1

2) 5.41

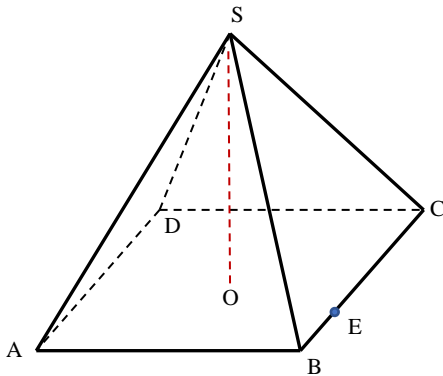
5. א. 1) $a = 1$ (2) $x > \frac{1}{e}$, $0 < x < \frac{1}{e}$ (4) תחום העלייה: $x > 1$,תחומי הירידה: $\frac{1}{e} < x < 1$, $0 < x < \frac{1}{e}$ (5) מינימום $(1; 1)$ ב. 1) $(1; 0)$ (2) 2.0279

מבחן מס' 2**פרק א' - סדרות וטריגונומטריה במרחב****סדרות**1. א. נתונה הסדרה $a_n = 9 \cdot 4^{n-1}$.

(1) הוכח שהסדרה הנדסית ומצא את מנת הסדרה.

(2) מצא את האיבר הראשון של הסדרה.

(3) מצא את מקומו של איבר בסדרה הגדול ב-393219 מסכום כל האיברים שלפניו.

ב. נתונה סדרה הנדסית b_n המקיימת: $b_2 = 2a_3$, $b_5 = -8a_5$.(1) מצא את מנת הסדרה b_n .(2) מצא את b_1 .(3) בסדרה b_n יש מספר אי-זוגי של איברים. סכום האיברים במקומות הזוגיים הוא 78624.מצא את מספר האיברים בסדרה b_n .**טריגונומטריה במרחב**

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן.

נתון: $AB = 12$, $BC = 9$. הזווית בין מקצוע צדדילבין מישור הבסיס היא 60° . SO הוא גובה הפירמידה.

א. (1) חשב את אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה.

(2) חשב את גובה הפירמידה.

(3) חשב את נפח הפירמידה.

ב. הנקודה E נמצאת על המקצוע BC.

שטח המשולש SOE הוא $\frac{195\sqrt{3}}{8}$.

(1) חשב את אורך הקטע OE.

(2) חשב את הזווית שיוצר הקטע SE עם בסיס הפירמידה.

פרק ב- תדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2\cos(2x) + 1$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון.

3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ב. הפונקציה $g(x) = \sin x + a$ מוגדרת גם בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

הבע בעזרת a את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.

ג. לגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש נקודה משותפת הנמצאת על ציר ה- y .

1) מצא את a .

2) הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$ את גרף הפונקציה $g(x)$.

3) חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x} + 5}{e^x - 2} + b$ (פרמטר b).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

2) מצא אסימפטוטה לגרף הפונקציה המאונכת לציר ה- x .

3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

4) בטא בעזרת b את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה.

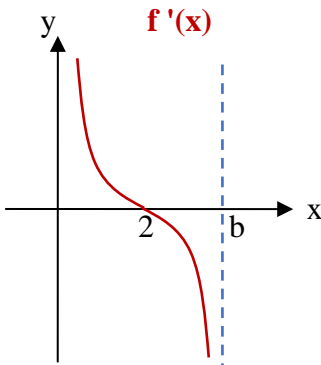
5) נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ אינו חותך את ציר ה- x . סרטט גרף אפשרי של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון: הישר $y = 12$ משיק לגרף הפונקציה בנקודת הקיצון שלה. מצא את b .

ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = -f(x)$.

1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.

2) מצא את ערכי k עבורם הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בשתי נקודות.



5. הפונקציה $f(x)$ והנגזרת שלה מוגדרות בתחום $0 < x < b$.

בציור שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף הפונקציה $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(2;0)$ בלבד.

א. בטא באמצעות b את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון: הפונקציה המתוארת בתחילת השאלה

היא $f(x) = \ln(ax - x^2) - k$. מצא את a .

הצב $a = 4$ וענה על הסעיפים הבאים:

ג. 1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה ומצא את b .

2) מצא את משוואת האסימפטוטות לגרף הפונקציה המאונכות לצירים.

ד. אחת מנקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(3;0)$.

1) מצא את k .

2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך השנייה של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. 1) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

2) הפונקציה $g(x)$ מוגדרת באותו תחום בו מוגדרת הפונקציה $f(x)$ ומקיימת $g'(x) = f(x)$.

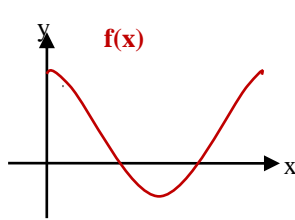
מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.

בהצלחה!

תשובות

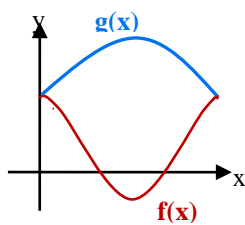
1. א. (1, 4), (2, 9), (3, 9) ב. (1, -4), (2, -72) (3, 7)

2. א. (1, 15), (2, $\frac{15\sqrt{3}}{2}$) ב. $SO = \frac{15\sqrt{3}}{2}$, $270\sqrt{3} = 467.65$ ג. $OE = 6.5$ (2, 63.43°)



3. א. (1, 0), (2, $(\frac{\pi}{3}; 0)$), (3, $(\frac{2\pi}{3}; 0)$) ב. מקסימום, (0, 3)

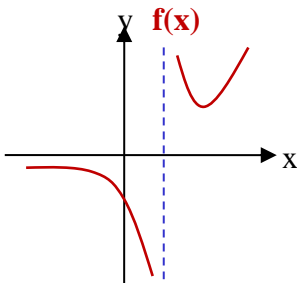
(3) מינימום, $f(\frac{\pi}{2}; -1)$ מקסימום, $(\pi; 3)$



ב. מינימום, $(0; a)$, מקסימום, $(\frac{\pi}{2}; a+1)$, מינימום, $(\pi; a)$

(2) א. (1, $a = 3$)

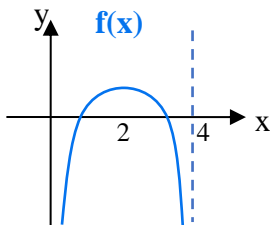
(3) $2 + 2\pi = 8.283$



4. א. (1, $x \neq \ln 2$), (2, $x = \ln 2$ מינימום) ב. תחום העלייה: $x > \ln 5$,

(5) תחומי הירידה: $\ln 2 < x < \ln 5$, $x < \ln 2$ (4, $(\ln 5; b+10)$ מינימום)

ב. (1, $b = 2$), (2, $(\ln 5; -12)$ מקסימום) $k < -12$



5. א. תחום העלייה: $0 < x < 2$, תחום הירידה: $2 < x < b$ ב. $a = 4$

ג. (1, $0 < x < 4$, $b = 4$), (2, $x = 0, x = 4$), (3, $k = \ln 3$), (4, $(1; 0)$)

(4) נקודת מקסימום (2; 0.288)

ה. (1) תחום החיוביות: $1 < x < 3$, תחומי השליליות: $3 < x < 4$, $0 < x < 1$

(2) נקודת מינימום, $x = 3$ נקודת מקסימום