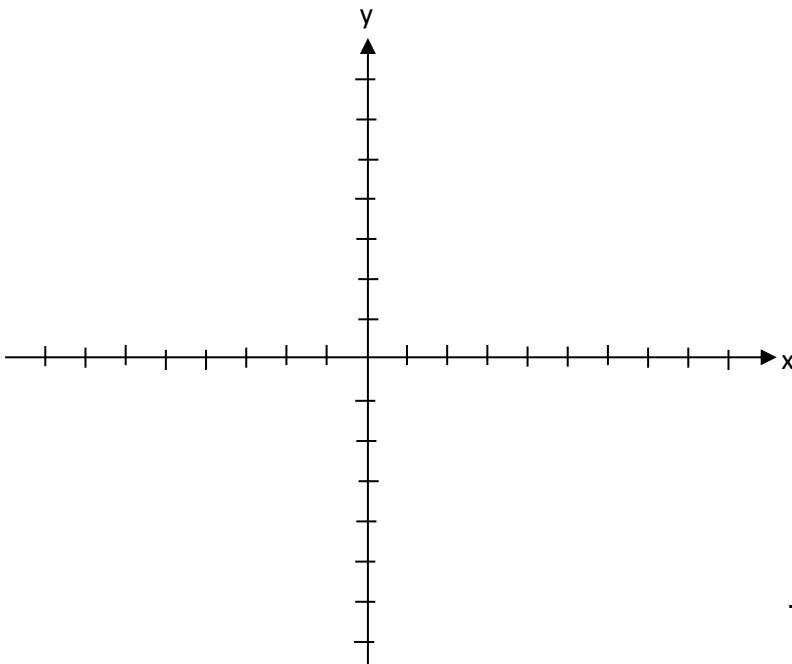


תוספת לחוברת

" מתמטיקה לבוגרי כיתה ט' רמה א' ורמה מוגברת "

א.מ. ספרי מתמטיקה

הנושא : פונקציות



1. נתונה משפחה של הפונקציות

$$y = -(x - p)^2 + k$$

א. סרטוט , בצבעים שונים , תרשים

של פרבולות השייכות למשפחה

ומקיימות: (סמנו ליד כל סרטוט

את המספר המתאים)

(1 קודקוד הפרבולה נמצא

בנקודה $(1;4)$.

(2 הישר $x = 2$ הוא ציר

הסימטריה של הפרבולה

וגרף הפרבולה עובר בראשית

הצירים .

(3 מתקיים: $y > 0$ בתחום $-4 < x < 2$.

(4 הישר $x = 0$ הוא ציר הסימטריה

של הפרבולה ונקודת המקסימום שלה נמצאת על הישר $y = -2$.

ב. נתונות המשוואות של 4 פונקציות השייכות למשפחה.

התאימו לכל אחת מן הפונקציות הרשומות את הסרטוט המתאים על פי הסעיף הקודם.

$$f(x) = -x^2 - 2, g(x) = -(x - 2)^2 + 4, h(x) = -(x - 1)^2 + 4, k(x) = -(x + 1)^2 + 9$$

ג. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה A . גרף הפונקציה $h(x)$ חותך את ציר

ה- y בנקודה B . מצאו את המרחק בין הנקודות A ו-B .

ד. מצאו , לכל אחת מן הפונקציות , את נקודות החיתוך עם ציר ה- x (אם יש כאלה).

ה. הנקודה P היא קודקוד הפרבולה המייצגת את הפונקציה $g(x)$ והנקודה Q היא קודקוד

הפרבולה המייצגת את הפונקציה $h(x)$. הנקודה O היא ראשית הצירים .

חשבו את שטח המשולש OPQ .

2. לפניכם רשימה של ייצוגים אלגבריים של פונקציות ריבועיות:

$$(1) \quad y = -(x + 1)^2 + 4 \quad (2) \quad y = (x + 1)^2 - 4 \quad (3) \quad y = -(x - 1)^2$$

$$(4) \quad y = -x^2 + 4 \quad (5) \quad y = -(x - 1)^2 + 4 \quad (6) \quad y = 3(x - 1)^2 + 4$$

$$(7) \quad y = (x + 1)^2 + 4 \quad (8) \quad y = -(x + 4)^2 + 1 \quad (9) \quad y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 - 4$$

א. רשמו את הפונקציות שהגרף שלהן הוא פרבולה שהישר $x = 1$ הוא ציר הסימטריה שלה.

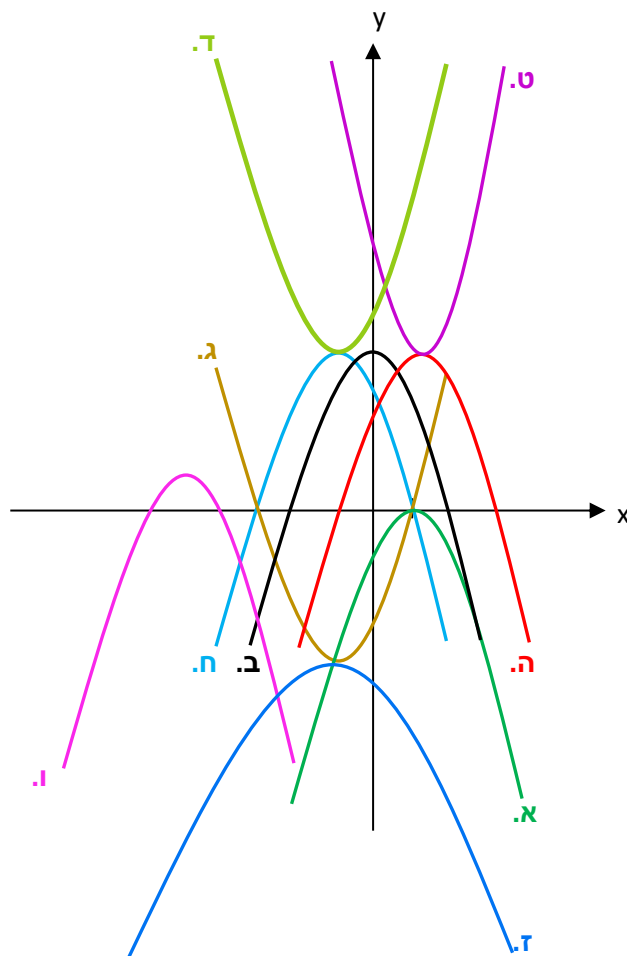
ב. רשמו את הפונקציות שהגרף שלהן הוא פרבולה והנקודה $(-1; -4)$ היא הקודקוד של הפרבולה.

ג. רשמו את הפונקציות שהגרף שלהן הוא פרבולה וציר הסימטריה של הפרבולה עובר בנקודה $(-1; 4)$ שעל הפרבולה.

ד. רשמו את הפונקציות שהגרף שלהן הוא פרבולה שהקודקוד שלה נמצא על הישר $y = 4$ ה. רשמו את הפונקציות שהגרף שלהן הוא פרבולה שהנקודה $(-1; 4)$ היא נקודת המינימום שלה.

ו. רשמו את הפונקציות שהגרף שלהן הוא פרבולה שלא חותכת את ציר ה- x .

ז. התאימו לכל אחד מן הגרפים הבאים את הייצוג האלגברי המתאים:



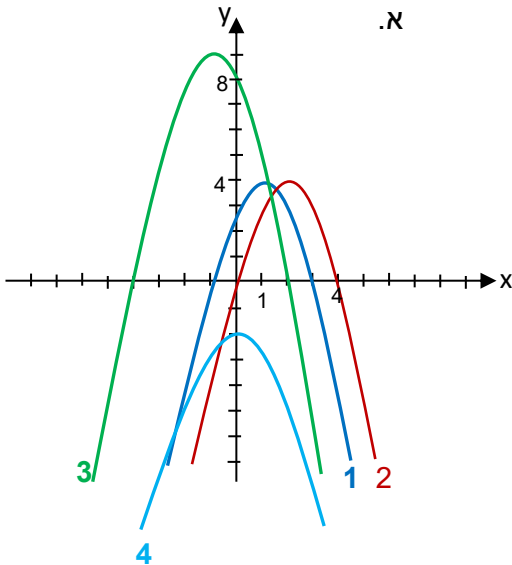
3. הפונקציה הריבועית $f(x)$ חיובית בתחום $-2 < x < 4$. בכל אחד מן הסעיפים הבאים כתבו "נכון" או "לא נכון" על פי הנתונים ונמקו את קביעתכם.
- קודקוד הפרבולה נמצא על הישר $y = -18$.
 - הישר $x = 1$ הוא ציר הסימטריה של הפרבולה.
 - הפרבולה חותכת את ציר ה- y בחלקו החיובי.
 - אם הנקודה $(-1;10)$ נמצאת על הפרבולה, אז גם הנקודה $(3;10)$ נמצאת על הפרבולה.
 - ציר הסימטריה של הפרבולה חותך אותה בנקודה $(1;0)$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -(x-3)(x-7)$.

- מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
 - סרטטו סקיצה של הפרבולה שהנה גרף הפונקציה $f(x)$.
 - מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 - מצאו את משוואת ציר הסימטריה של הפונקציה.
 - מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה.
- ב. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x . הנקודה A נמצאת משמאל לנקודה B. הנקודה C נמצאת על הפרבולה ועל הישר $y = -21$ ברביע הרביעי.
- מצאו את משוואת הישר העובר בנקודות A ו-C.
 - מצאו את התחום בו גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא מעל לישר העובר בנקודות A ו-C.
 - הנקודה D היא נקודת החיתוך של הישר AC עם ציר הסימטריה של הפרבולה. מצאו את שיעורי הנקודה D.
 - האם $DA = DB$? נמקו.
 - מצאו את שטח המשולש ADB.
 - הנקודה K היא קודקוד הפרבולה. חישבו את שטח המרובע KADB.
- ג. מצאו משוואת ישר המקביל לישר AC ועובר דרך קודקוד הפרבולה K.

תשובות סופיות

שאלה מס' 1



ב. $f(x) - (4)$, $k(x) - (3)$, $g(x) - (2)$, $h(x) - (1)$
 ג. 5 ד. $f(x)$: אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x ;
 $g(x) : (0;0) , (4;0)$; $h(x) : (3;0) , (-1;0)$;
 $k(x) : (2;0) , (-4;0)$ ה. 2

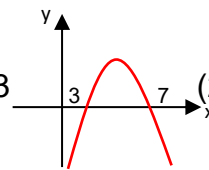
שאלה מס' 2

א. פונקציות (3, (5, (6) ב. פונקציות (2, (9) ג. פונקציות (1, (7)
 ד. פונקציות (1, (4, (5, (6, (7) ה. פונקציה (7) ו. הפונקציות (6, (7, (9)
 ז. 1 א. - (3, ב. - (4, ג. - (2, ח. - (1, ט. - (6, י. - (7, יא. - (8, יב. - (9)
 יג. - (9)

שאלה מס' 3

א. לא נכון ב. נכון ג. נכון ד. נכון ה. לא נכון

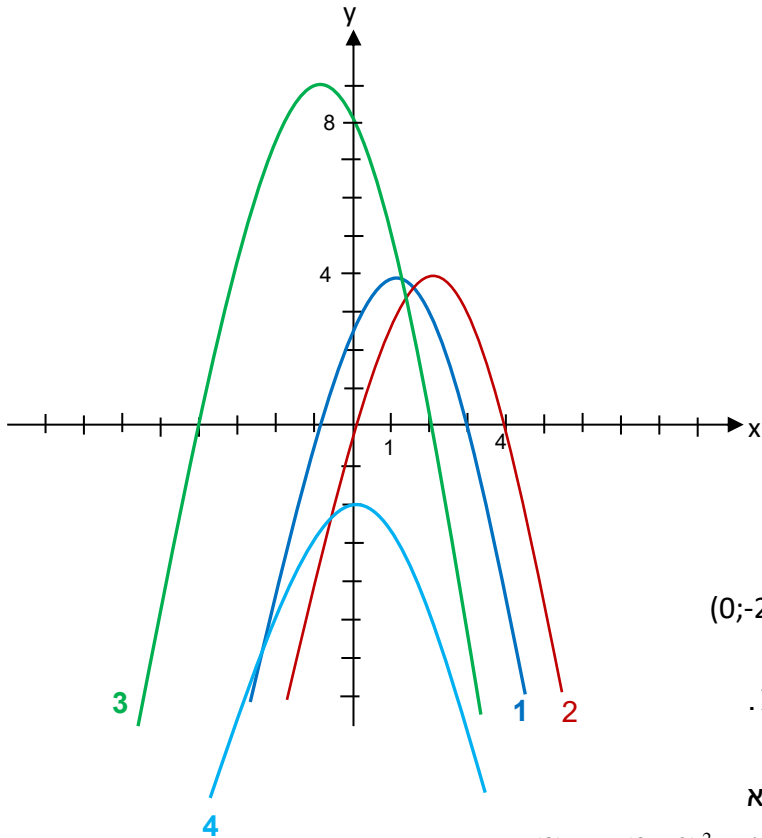
שאלה מס' 4



א. (1) $(3;0), (7;0)$ (2) $3 < x < 7$ תחום החיוביות: $3 < x < 7$, תחום השליליות: $x < 3$ או $x > 7$
 (4) $x = 5$ עלייה בתחום $x < 5$ וירידה בתחום $x > 5$ (5;4)
 ב. (1) $y = -3x + 9$ (2) $3 < x < 10$ (3) $(5;-6)$ (4) כן (5) 12 (6) 20
 ג. $y = -3x + 19$

פתרונות מלאים

שאלה מס' 1



א. כל הפרבולות הן הזזה של הפרבולה

$y = -x^2$ שקודקודה נמצא בראשית הצירים:

(1) קודקוד הפרבולה נמצא בנקודה (1;4)

(2) קודקוד הפרבולה נמצא על הישר $x = 2$

וגרף הפרבולה עובר בראשית הצירים.

היות והישר $x = 2$ הוא ציר

הסימטריה של הפרבולה,

היא חותכת את ציר ה- x

גם בנקודה (4;0).

(3) תחום החיוביות של הפרבולה

הוא $-4 < x < 2$, לכן, הנקודות

(-4;0) ו-(2;0) הן נקודות החיתוך

של הפרבולה עם ציר ה- x .

(4) קודקוד הפרבולה נמצא על ציר ה- y

וגם על הישר $y = -2$, כלומר, בנקודה (0;-2)

ב. (1) על פי שיעורי הקודקוד, הפונקציה

המתאימה היא $h(x) = -(x - 1)^2 + 4$.

(2) הפונקציה המתאימה לנתונים היא

$g(x) = -(x - 2)^2 + 4$, כי הקודקוד נמצא

על הישר $x = 2$ ומתקיים $g(0) = -(0 - 2)^2 + 4 = -4 + 4 = 0$

(3) הפונקציה המתאימה היא $k(x) = -(x + 1)^2 + 9$ כי מתקיים:

$$k(x) = -(x^2 + 2x + 1) + 9 = -x^2 - 2x - 1 + 9 = -x^2 - 2x + 8 =$$

$$= -(x^2 + 2x - 8) = -(x + 4)(x - 2) \Rightarrow$$

נקודות האפס של הפרבולה הן (2;0) ו-(-4;0).

אפשר גם: על פי נקודות האפס, ציר הסימטריה של הפרבולה נמצא על הישר

$$x = \frac{-4 + 2}{2} = -1$$

$$\text{או: } k(-4) = -(-4 + 1)^2 + 9 = 0, k(2) = -(2 + 1)^2 + 9 = 0$$

(4) הפונקציה המתאימה היא $f(x) = -x^2 - 2$, כי קודקוד הפרבולה נמצא בנקודה (0;-2)

ג. הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- y בנקודה A(0;-2). נקודת החיתוך של הפונקציה $h(x)$

עם ציר ה- y היא $h(0) = -(0 - 1)^2 + 4 = 3$, כלומר בנקודה B(0;3).

אורך הקטע AB הוא $3 - (-2) = 5$.

ד. נמצא את פתרונות המשוואה $y = 0$ עבור כל אחת מן הפונקציות:

$$f(x) : \text{אין פתרון} \Rightarrow x^2 = -2 \Rightarrow -x^2 - 2 = 0 \Rightarrow f(x) = 0$$

הפונקציה $f(x)$ לא חותכת את ציר ה- x .

$$g(x) = 0 \Rightarrow -(x - 2)^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 4 \Rightarrow x - 2 = \pm 2 \Rightarrow : g(x)$$

מתקבלות הנקודות: $(4;0), (0;0)$: $x_1 = 2 + 2 = 4$, $x_2 = -2 + 2 = 0$

או: $-(x - 2)^2 + 4 = 0 \Rightarrow -(x^2 - 4x + 4) + 4 = 0 \Rightarrow -x^2 + 4x - 4 + 4 = 0 \Rightarrow -x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(-x + 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, -x + 4 = 0 \Rightarrow x_2 = 4 \Rightarrow (0;0), (4;0)$

$$h(x) = 0 \Rightarrow -(x - 1)^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 4 \Rightarrow x - 1 = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -1 : h(x)$$

מתקבלות הנקודות $(3;0), (-1;0)$

$$k(x) = 0 \Rightarrow -(x + 1)^2 + 9 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 = 9 \Rightarrow x + 1 = \pm 3 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -4 : k(x)$$

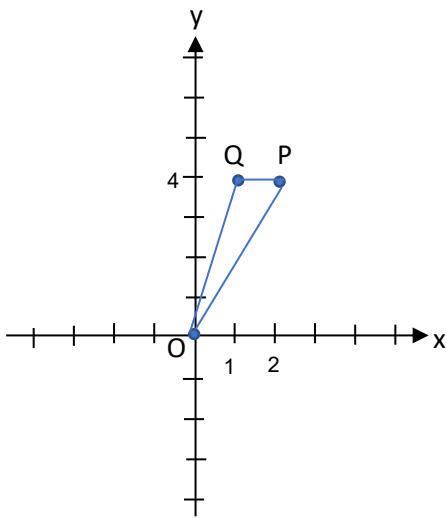
מתקבלות הנקודות $(2;0), (-4;0)$

ה. קודקוד הפרבולה המתאימה לפונקציה $g(x) = -(x - 2)^2 + 4$ נמצא בנקודה $P(2;4)$.

קודקוד הפרבולה המתאימה לפונקציה $h(x) = -(x - 1)^2 + 4$ נמצא בנקודה $Q(1;4)$.

הקטע PQ מקביל לציר ה-x ואורכו 1. גובה המשולש הוא 4.

לכן, שטח המשולש OPQ הוא $\frac{1 \cdot 4}{2} = 2$



שאלה מס' 2

א. הייצוג של הפונקציות הוא ההצגה המוזזת מהצורה $y = a(x - p)^2 + k$ שבה הישר

$X = p$ הוא ציר הסימטריה של הפרבולה. לכן, הפונקציות המתאימות הן:

$$(3) \quad y = -(x - 1)^2 + 4 \quad (5) \quad y = -(x - 1)^2 + 4 \quad (6) \quad y = 3(x - 1)^2 + 4$$

ב. הפרבולות שקודקודן $(p;k)$ נמצא בנקודה $(-1;-4)$ הן:

$$(2) \quad y = (x + 1)^2 - 4 \quad (9) \quad y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 - 4$$

ג. אם ציר הסימטריה עובר בנקודה $(-1;4)$, הרי שהנקודה היא קודקוד הפרבולה.

הפונקציות המתאימות הן: (1) $y = -(x + 1)^2 + 4$ ו-(7) $y = (x + 1)^2 + 4$

ד. הפרבולות המקיימות $k = 4$ הן:

$$(1) \quad y = -(x + 1)^2 + 4 \quad (4) \quad y = -x^2 + 4 \quad (5) \quad y = -(x - 1)^2 + 4$$

$$(6) \quad y = 3(x - 1)^2 + 4 \quad (7) \quad y = (x + 1)^2 + 4$$

ה. אם הקודקוד $(-1;4)$ הוא נקודת המינימום של הפרבולה, הרי שמתקיים גם $a > 0$.

הפונקציה המתאימה היא: (7) $y = (x + 1)^2 + 4$.

ו. אם הפרבולה אינה חותכת את ציר ה-x ו- $a > 0$, הרי שקודקוד הפרבולה הוא נקודת מינימום הנמצאת מעל ציר ה-x, כלומר, $k > 0$, או, אם $a < 0$ לפרבולה יש נקודת

מקסימום הנמצאת מתחת לציר ה- x , כלומר, $k < 0$.

הפונקציות המתאימות הן:

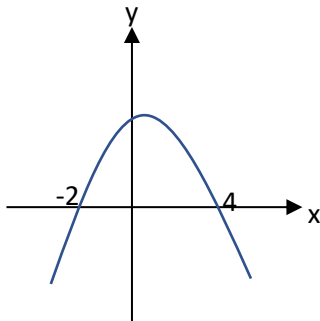
(6) $y = 3(x - 1)^2 + 4$ (7) $y = (x + 1)^2 + 4$ (נקודת המינימום נמצאת על הישר $y = 4$)

(9) $y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 - 4$ (נקודת מקסימום נמצאת על הישר $y = -4$)

ז. המיון על פי שיעורי קודקוד הפרבולה וסוגו (נקודת מינימום או מקסימום של הפרבולה)

שאלה מס' 3

א. לא נכון - על פי תחום החיוביות של הפרבולה, הנקודות $(-2;0)$ ו- $(4;0)$ הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x וקודקוד הפרבולה נמצא מעל ציר ה- x , כלומר, שיעור ה- y של קודקוד הפרבולה גדול מ- 0 .

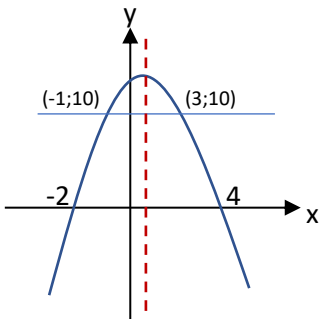


ב. נכון - ציר הסימטריה של הפרבולה עובר באמצע הקטע

$$x = \frac{-2+4}{2} = 1 \text{ כלומר } -2 \leq x \leq 4$$

ג. נכון - הפרבולה חיובית בתחום $-2 < x < 4$, לכן, עבור כל ערך של x בתחום זה, ערך הפונקציה (שיעור ה- y של הנקודה) חיובי.

ד. נכון - אם שתי הנקודות נמצאות על הישר $y = 10$ וציר הסימטריה הוא הישר $x = 1$, אז הנקודה $(3;10)$ היא הנקודה הסימטרית (נמצאת באותו מרחק מציר הסימטריה) לנקודה $(-1;10)$.



ה. לא נכון - אם ציר הסימטריה של הפרבולה חותך אותה בנקודה הנתונה, הרי שהנקודה היא קודקוד הפרבולה. על פי הנתונים, קודקוד הפרבולה נמצא מעל ציר ה- x ולא על הציר.

שאלה מס' 4

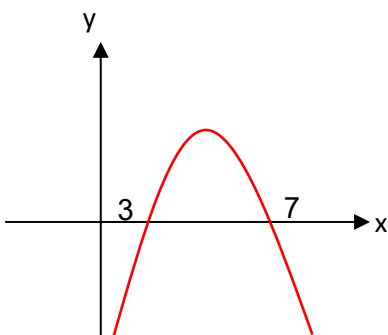
א. (1) $0 = -(x - 3)(x - 7) \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 7 \Rightarrow (3;0), (7;0)$

(2) על פי משוואת הפרבולה, הקודקוד הוא נקודת מקסימום של הפרבולה, לכן מתקבל הגרף:

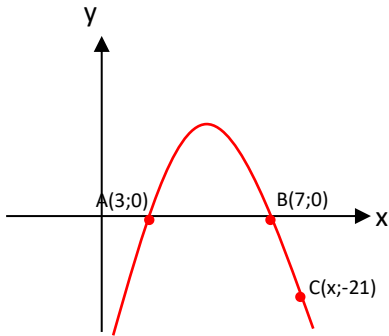
(3) תחום החיוביות: $3 < x < 7$, תחום השליליות: $x < 3$ או $x > 7$.

(4) ציר הסימטריה של הפרבולה עובר באמצע הקטע $3 \leq x \leq 7$, לכן, משוואת ציר הסימטריה היא $x = 5$.

(5) הפונקציה עולה בתחום $x < 5$ ויורדת בתחום $x > 5$



א.מ. ספרי מתמטיקה



6) שיעור ה- x של הקודקוד הוא $x = 5$. נמצא את שיעור ה- y :

$$y = f(5) = -(5 - 3)(5 - 7) = -2 \cdot (-2) = 4 \quad (5;4)$$

ב. 1) נמצא את שיעור ה- x של הנקודה C:

$$-21 = -(x - 3)(x - 7) \Rightarrow 21 = (x - 3)(x - 7) \Rightarrow$$

$$21 = x^2 - 10x + 21 \Rightarrow x^2 - 10x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 10 \Rightarrow$$

$$m = \frac{0 + 21}{3 - 10} = -3 \quad \Leftarrow \text{שיפוע הישר AC} \quad C(10;-21)$$

$$y = -3x + b \Rightarrow 0 = -3 \cdot 3 + b \Rightarrow b = 9 \Rightarrow y = -3x + 9 \quad \text{משוואת הישר AC}$$

2) גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא מעל לישר

$$3 < x < 10$$

3) הנקודה D נמצאת על ציר הסימטריה

של הפרבולה - הישר $x = 5$ וגם

על הישר $y = -3x + 9$ לכן:

$$D(5;-6) \quad Y = -15 + 9 = -6$$

4) כן - אם נסמן ב-E את נקודת החיתוך

של ציר הסימטריה עם ציר ה- x , $E(5;0)$,

הרי שהקטע DE הוא תיכון וגם גובה לצלע

AB במשולש ABD ולכן המשולש שווה - שוקיים: $DA = DB$

5) אורך הצלע AB הוא $7 - 3 = 4$. אורך הגובה DE הוא $0 + 6 = 6$. מקבלים:

$$S_{\Delta ABD} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12$$

6) שיעורי קודקוד הפרבולה K הם $K(5;4)$ (לפי סעיף א.-6).

שטח המרובע KABD הוא סכום השטחים של

המשולשים KAB ו-DAB.

$$S_{\Delta KAB} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \Rightarrow S_{KADB} = 12 + 8 = 20$$

ג. הישר מקביל לישר AC לכן יש לו אותו שיפוע

$m = -3$ והוא עובר בנקודה $K(5;4)$. מקבלים:

$$y = -3x + b \Rightarrow 4 = -3 \cdot 5 + b \Rightarrow b = 19 \Rightarrow y = -3x + 19$$

