

עמוד 277 שאלה 26

26. הפונקציה $f(x)$ רציפה וגזירה לכל ערך של x .

נתונה הנגזרת השנייה של הפונקציה: $f''(x) = x(x^2 - 4)^2$.

א. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

ג. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת הפיתול שלה הוא $-31\frac{1}{2}$.

1) מצא את $f'(x)$.

2) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

3) נגדיר: $g(x) = f(x) + 3$

מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $g(x)$.

תשובות: א. תחום הקעירות כלפי מעלה: $x > 0$, תחום הקעירות כלפי מטה: $x < 0$.

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 4)^3}{6} - \frac{125}{6} \quad \text{ב. } x = 0 \quad \text{ג. } 1$$

2) תחום עלייה: $x > 3$ או $x < -3$, תחום ירידה: $-3 < x < 3$

3) תחום עלייה: $x > 3$ או $x < -3$, תחום ירידה: $-3 < x < 3$

עמודים 287 – 288 שאלה 3

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax + b}{x + \sqrt{x}}$

גרף הפונקציה חותך את האסימפטוטה האופקית שלה בנקודה $(\frac{1}{64}, 8)$.

א. מצא את a ואת b .

ב. חקור את הפונקציה ומצא: 1) תחום הגדרה 2) נקודות קיצון 3) תחומי עלייה

וירידה 4) נקודות חיתוך עם הצירים 5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

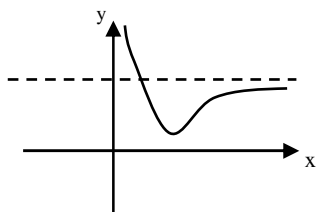
ד. נגדיר: $g(x) = f(x - 2) - 3$. מצא את ערכי m עבורם הישר $y = m$ חותך את

גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה אחת.

תשובות: 3. א. $a = 8, b = 1$ ב. $x > 0$ 2) $(\frac{1}{4}, 4)$ מינימום

3) תחום עלייה: $x > \frac{1}{4}$, תחום ירידה: $0 < x < \frac{1}{4}$

4) אין 5) $y = 8, x = 0$ ג. $m = 1$ או $m \geq 5$ ד.



עמוד 300 שאלה 3

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos^3(5x - \pi)$ בתחום $-\frac{\pi}{5} \leq x \leq \frac{\pi}{5}$.

א. הוכח שהפונקציה זוגית.

ב. מצא את הנקודות בתחום הנתון בהן $f'(x) = 0$.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ד. מצא את נקודות הפיתול של הפונקציה.

ה. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup ואת תחומי הקעירות כלפי מטה \cap של הפונקציה.

ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ז. נגדיר: $g(x) = \cos^3 5x$ בתחום $-\frac{6\pi}{5} \leq x \leq -\frac{4\pi}{5}$.

שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תשובות: ב. $(-\frac{\pi}{5}; 1)$, $(-\frac{\pi}{10}; 0)$, $(0; -1)$, $(\frac{\pi}{10}; 0)$, $(\frac{\pi}{5}; 1)$.

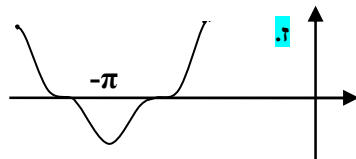
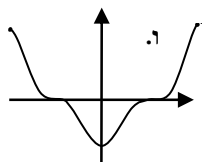
ג. $(-\frac{\pi}{5}; 1)$ מקסימום, $(0; -1)$ מינימום, $(\frac{\pi}{5}; 1)$ מקסימום

ד. $(0.16\pi; 0.54)$, $(\frac{\pi}{10}; 0)$, $(-0.04\pi; -0.54)$

ה. קעורה כלפי מעלה \cup בתחומים: $(-0.16\pi; 0.54)$, $(-\frac{\pi}{10}; 0)$, $(-0.04\pi; -0.54)$

ה. קעורה כלפי מעלה \cup בתחומים:

$-\frac{\pi}{10} < x < -0.16\pi$; $-0.04\pi < x < 0.04\pi$; $\frac{\pi}{10} < x < 0.16\pi$



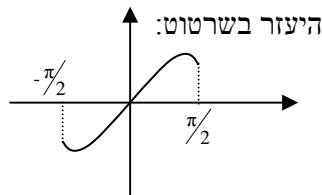
קעורה כלפי מטה \cap בתחומים:

$$-\frac{\pi}{5} < x < -0.16\pi, \quad -\frac{\pi}{10} < x < -0.04\pi, \quad 0.04\pi < x < \frac{\pi}{10}, \quad 0.16\pi < x < \frac{\pi}{5}$$

מבחן מס' 8, שאלה מס' 8, עמוד 364

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{2}x^2 - \cos 2x$ בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.

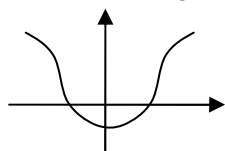
- א. מצא את נקודות הפיתול של הפונקציה בתחום הנתון.
 ב. מצא את התחומים בהם הפונקציה קעורה כלפי מעלה ואת התחומים בהם היא קעורה כלפי מטה.
 ג. לפניך השרטוט של $f'(x)$, הנגזרת של הפונקציה, בתחום הנתון.



- (1) מצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה וקבע את סוגה.
 (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

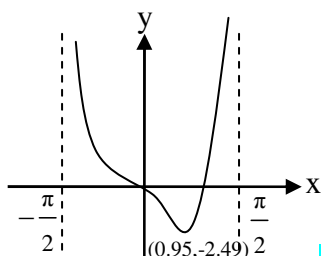
ד. נגדיר: $g(x) = f(x) + a$. גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר $y = 1$. מצא את a .

תשובות: א. $(\pm \frac{3\pi}{8}, 2.67)$ ב. כלפי מעלה: $-\frac{3\pi}{8} < x < \frac{3\pi}{8}$



כלפי מטה: $-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{3\pi}{8}, \frac{3\pi}{8} < x < \frac{\pi}{2}$
 ג. (1) $(0; -1)$ מינימום (2)

ד. $a = 2$

מבחן מס' 9, שאלה מס' 9, עמוד 370

9. בצירור שלפניכם מתואר גרף הפונקציה

$$f(x) = \frac{\tan^2 x - 2 \tan x}{\cos^2 x} \quad \text{בתחום } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

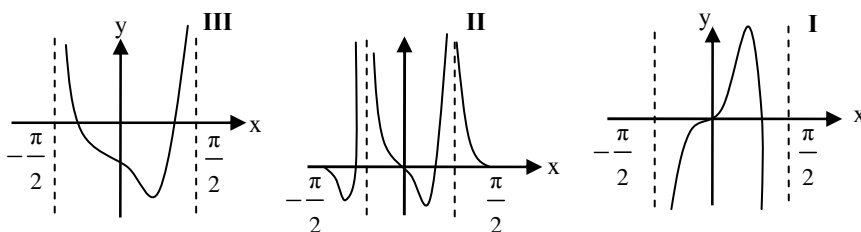
א. נגדיר שלוש פונקציות נוספות:

$$j(x) = f(x) - 2, \quad h(x) = -2f(x), \quad k(x) = f(2x)$$

התבוננו בגרפים הבאים וזהו איזה מהם הנו הגרף של כל אחת מן הפונקציות

שהגדרנו.

נמקו את קביעתכם ורשמו בצירור את שיעורי נקודות הקיצון של כל פונקציה.



ב. נתונה פונקציה נוספת:

$$g(x) = \frac{a}{\cos^2 x} \quad \text{בתחום } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

מצא את ערכי a עבורם אין לגרפים של שתי הפונקציות אף נקודה משותפת.

ג. נתון כי לגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש בדיוק נקודה אחת משותפת

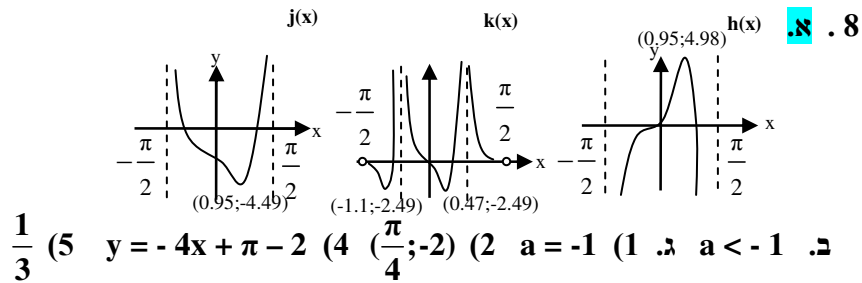
בתחום הנתון. (1) מצא את a. (2) מצא את שיעורי הנקודה המשותפת.

(3) הראה שהגרפים של הפונקציות משיקים זה לזה בנקודה שמצאת בסעיף הקודם.

(4) מצא את משוואת המשיק המשותף.

(5) חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ וציר ה-y.

תשובות:



מבחן מס' 19, שאלה מס' 7, עמוד 420

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{8 - x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה ואת נקודות הקיצון של הפונקציה.

ב. נגדיר פונקציה נוספת $g(x) = ax\sqrt{8 - bx^2}$, $a \neq 0$, המקיימת: $g(x) = f(\frac{x}{2})$.

(1) מצא את a ו- b .

(2) מצא את תחום ההגדרה ואת נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

ג. שרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

תשובות:

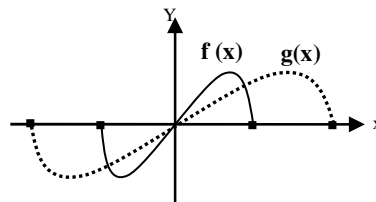
א. תחום ההגדרה: $-2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{2}$, נקודות הקיצון: $(-2\sqrt{2}; 0)$ מקסימום,

$(-2; -4)$ מינימום, $(2; 4)$ מקסימום, $(2\sqrt{2}; 0)$ מינימום

ב. (1) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{4}$ (2) תחום ההגדרה: $-4\sqrt{2} \leq x \leq 4\sqrt{2}$, נקודות הקיצון:

$(-4\sqrt{2}; 0)$ מקסימום, $(-4; -4)$ מינימום, $(4; 4)$ מקסימום, $(4\sqrt{2}; 0)$ מינימום

ג.



מבחן מס' 20 , שאלה מס' 7 , עמוד 426

$$7. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

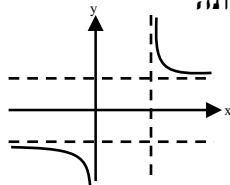
- א. חקור את הפונקציה ומצא: (1) תחום ההגדרה (2) תחומי עלייה וירידה
 (3) אסימפטוטות מקבילות לצירים (4) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר x , הישר $x = 3$
 והישר $x = 6$.

$$ג. \text{ נתונה פונקציה נוספת: } g(x) = \frac{1 - x}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

- (1) מצא, על סמך הממצאים של סעיף א', את תחום ההגדרה, תחומי עלייה וירידה
 והאסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $g(x)$. נמק.
 (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 (3) היעזר בתוצאה של סעיף ב' וחשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפונקציות
 $f(x)$, $g(x)$, הישר $x = 3$ והישר $x = 6$. נמק את חישוביך.

תשובות:

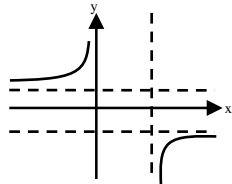
א. (1) $x > 2$ או $x < 0$ (2) הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה



(3) $y = -3, y = 3, x = 0, x = 2$

ב. $9.5 \approx$ ג. (1) מתקיים: $g(x) = -\frac{1}{3}f(x)$, לכן:

תחום ההגדרה: $x < 0$ או $x > 2$, הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה,



אסימפטוטות: $y = -1, y = 1, x = 0, x = 2$ (2)

$$ג. 12.67 \quad (9.5 \cdot 1 \frac{1}{3} = 12.67)$$