שאלות חלופיות לשאלות בנושא בעיות תערובת ואינדוקציה

בעקבות השינויים במבנה השאלון החל מקיץ תשע"ג

עמוד 323 , מבחן מס' 1 , שאלה מס' 2 (השאלה המקורית ללא סעיף ג')

נתונה הסדרה $a_1, a_2, a_3, ...a_n$ המקיימת $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = 2n^2 + 5n$.

א. 1) הוכח שהסדרה $a_1, a_2, a_3, ...a_n$ היא סדרה חשבונית.

2) מצא את ההפרש ואת האיבר הראשון של הסדרה.

ב. נתונה סדרה חשבונית נוספת $b_1, b_2, b_3, ...b_n$ בעלת אותו מספר איברים.

מגדירים סדרה שלישית $c_1, c_2, c_3, ...c_n$ המקיימת : $c_n = a_n - b_n$ לכל n

בסדרה. נתון כי : $c_1 + c_2 + c_3 + ... + c_n = \frac{n^2 + 3n}{2}$. מצא נוסחה ל- b_n.

תשובות: **א. 2) $a_1 = 7$, $d = 4$ ב. $b_n = 3n + 2$**

עמוד 329 , מבחן מס' 2 , שאלה מס' 2

נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3.....a_n$ המקיימת: $a_1 \cdot a_4 = a_2^2$ וסכום 50 האיברים הראשונים של הסדרה החשבונית הנ"ל הוא 8925. סכום כל אברי הסדרה המתחלקים ב- 3 הוא 4851. האיבר האחרון בסדרה מתחלק ב- 3 .

א. מצא את מספר אברי הסדרה.

ב. מצא את סכום כל אברי הסדרה הגדולים מ- 100.

ג. נתונה סדרה נוספת $b_1, b_2, b_3....$ המקיימת : $2b_n = a_n + a_{n+1}$.

חשב את סכום הסדרה : $a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3 + b_3..... + a_{n-1} + b_{n-1} + a_n$

כאשר a_n הנו האיבר האחרון בסדרה $a_1, a_2, a_3.....a_n$.

תשובות: **א. 63 ב. 13377 ג. 28000**

עמוד 335 , מבחן מס' 3 , שאלה מס' 1

מאפייה נדרשה להכין כמות מסוימת של עוגיות לרגל אירוע חגיגי. המשימה הוטלה על שני אופים וכל אחד מהם נדרש להכין מחצית מן הכמות הנחוצה לאירוע. שני האופים החלו לעבוד בו זמנית וכל אחד מהם עבד בקצב קבוע. בשעה 9^{00} הסתבר שהמספר הכולל של העוגיות המוכנות שווה למחצית הכמות הדרושה לאירוע. האופה הראשון סיים את עבודתו בשעה 11^{00} והאופה השני סיים בשעה 13^{30}.

א. חשב את היחס בין מספר העוגיות שהכין האופה הראשון בכל שעה לבין מספר העוגיות שהכין האופה השני בכל שעה.

ב. ידוע שדרושות לפחות 450 עוגיות לאירוע. קצב העבודה של האופה המהיר מבין השניים קטן מ- 60 עוגיות לשעה. מצא את תחום המספרים בו נמצא מספר העוגיות שהכין כל אחד מן האופים מדי שעה.

ג. באיזו שעה החלו שני האופים את עבודתם ?

<u>תשובות:</u>
א. 3:2 ב. האופה הראשון הכין לפחות 45 אך פחות מ- 60 עוגיות לשעה , האופה השני הכין לפחות 30 אך פחות מ- 40 עוגיות לשעה ג. בשעה 6^{00}

<u>עמוד 335 , מבחן מס' 3 , שאלה מס' 2</u>

נתונה הסדרה האינסופית: .... $\frac{2x-1}{1-x}$, $\left(\frac{2x-1}{1-x}\right)^2$, $\left(\frac{2x-1}{1-x}\right)^3$ שכל איבריה חיוביים.

א. מצא את הערכים של x עבורם הסדרה היא סדרה הנדסית יורדת.

ב. סכום כל האיברים בסדרה זו הנמצאים במקומות האי זוגיים הוא $\frac{15}{16}$.

מצא את סכום הסדרה המקורית.

ג. מצא בסדרה זו איבר כך שסכום כל האיברים שלפניו גדול פי $\frac{2720}{243}$ מסכום כל האיברים שאחריו.

<u>תשובות:</u> א. $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$ ב. 1.5 ג. $a_5 = 0.07776$

<u>עמוד 340 , מבחן מס' 4 , שאלה מס' 2</u>

נתונות שתי סדרות הנדסיות, בעלות אותו מספר איברים:
$a_1, a_2, a_3, ..., a_n$, $b_1, b_2, b_3, ..., b_n$. מנתה של הסדרה הראשונה היא 3 ומנתה של הסדרה השנייה היא 2. סכום איברי הסדרה הראשונה הוא 3280 ואילו סכום הסדרה השנייה הוא 765.
בונים סדרה חדשה c_n : $c_1 = a_1b_1, c_2 = a_2b_2, c_3 = a_3b_3, ..., c_n = a_nb_n$.
האיבר האחרון בסדרה זו גדול פי 1296 מן האיבר הרביעי בסדרה.

א. הוכח כי הסדרה c_n היא סדרה הנדסית.

ב. מצא את האיבר הראשון בכל אחת מן הסדרות a_n ו- b_n .

ג. חשב את סכום איברי הסדרה האינסופית $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b_1} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{b_3} + \frac{1}{a_4} - \frac{1}{b_4} - ......$

<u>תשובות:</u> ב. $a_1 = 1, \ b_1 = 3, \ c_1 = 3$ ג. $\frac{5}{6}$

עמוד 343 , מבחן מס' 4 , שאלה מס' 9

ארז, יובל ואלון עובדים באולם אירועים. ביום מסוים הוטל עליהם לערוך את השולחנות באולם . תחילה עבד רק יובל במשך 9 דקות ופרש. אחר-כך עבד אלון במשך 25 דקות ופרש. הזמן הדרוש ליובל לסיים את עריכת כל השולחנות לבדו גדול ב- 9 דקות מן הזמן הדרוש לארז לסיים את עריכת כל השולחנות לבדו. הזמן הדרוש לאלון לסיים את כל העבודה לבדו גדול ב- 45 דקות מן הזמן הדרוש לארז לסיים את כל העבודה לבדו.

א. מהו הזמן הדרוש לארז לסיים לבדו את עריכת כל השולחנות כדי שההפרש בין אחוז השולחנות שהספיק לערוך אלון לבין אחוז השולחנות שהספיק לערוך יובל יהיה מקסימלי ?

ב. ידוע שההפרש בין אחוז השולחנות שהספיק לערוך אלון לבין אחוז השולחנות שהספיק לערוך יובל הוא מקסימלי .

1) איזה חלק מכלל השולחנות שהספיק לערוך יובל ?

2) ארז החל לעבוד לבדו אחרי שיובל ואלון פרשו. בשעה 17^{00}, $\frac{1}{9}$ מן השולחנות לא היו ערוכים עדיין . באיזו שעה החל ארז את עריכת השולחנות ?

<u>תשובות:</u> א. 45 דקות ב. 1) $\frac{1}{6}$ 2) בשעה 16^{40}

עמוד 345 , מבחן מס' 5 , שאלה מס' 2

נתונה הסדרה החשבונית $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2n}$ איברים. סכום $n + 1$ האיברים הראשונים הוא 429 וסכום $n + 1$ האברים האחרונים הוא 1122. הפרש הסדרה הוא 7 .

א. מצא את מספר אברי הסדרה , את האיבר הראשון שלה ואת סכומה .

ב. a_m הנו האיבר האמצעי בסדרה $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2n-1}$. מצא את a_m .

ג. חלק מאברי הסדרה מתחלקים ב- 4 ללא שארית.
חשב את סכום אברי הסדרה <u>שאינם</u> מתחלקים ב- 4 ללא שארית.

ד. a_k הנו האיבר האמצעי בסדרה שאיבריה הנם אברי הסדרה המקורית <u>שאינם</u> מתחלקים ב- 4 ללא שארית. מצא את a_k .

<u>תשובות:</u> א. מספר אברי הסדרה: 20 , האיבר הראשון: 4 , הסכום: 1410
ב. $a_m = a_{10} = 67$ ג. 1110 ד. $a_k = a_8 = 74$

עמוד 350 , מבחן מס' 6 , שאלה מס' 1

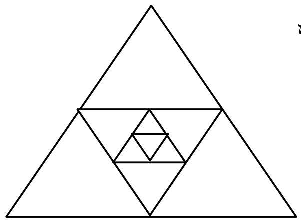
1. טל יצא בשעה 9^{00} מביתו ורכב על האופנוע שלו במהירות קבועה לעבר מקום A הנמצא במרחק 140 ק"מ מביתו. לאחר שעבר מרחק של 40 ק"מ , התגלה תקר באחד מגלגליו והוא נאלץ להתעכב 25 דקות לתיקונו. אחר-כך המשיך לרכב במהירות הגבוהה ב- 20 קמ"ש ממהירותו הקודמת. טל הגיע ליעדו באותו זמן בו היה מגיע לו רכב כל הדרך במהירות בה רכב לפני התקר.

א. באיזו שעה התגלה התקר בגלגל ?

ב. למחרת יצא טל מביתו ברכיבה על האופנוע במטרה להיפגש עם חברו ניב שיצא לעברו מ- A רכוב על אופנוע. טל וניב יצאו בו- זמנית ורכבו באותה מהירות. המהירות בה רכבו שני החברים הייתה גבוהה מן המהירות בה רכב טל ביום הקודם לפני התקר בגלגל האופנוע ונמוכה מן המהירות בה רכב אחרי התקר.
באיזה תחום מספרי נמצא מספר השעות שרכבו שני החברים עד שנפגשו ?

<u>תשובות:</u> א. בשעה 9^{40} ב. גדול מ- 52.5 דקות וקטן משעה ו- 10 דקות

עמוד 350 , מבחן מס' 6 , שאלה מס' 2



מחברים את אמצעי הצלעות של משולש שווה צלעות שצלעו m ומתקבל משולש שווה צלעות נוסף. חוזרים על פעולה זו לגבי המשולש הפנימי שוב ושוב ומתקבלת סדרה אינסופית של משולשים שווי צלעות.

א. מהו סכום היקפיהם?

ב. מהו סכום שטחי המשולשים ?

ג. מהו סכום שטחי המעגלים החוסמים כל אחד מן המשולשים ?

תשובות: **א.** **6m ס"מ** **ב.** $\frac{\sqrt{3}m^2}{3}$ **ג.** $\frac{4\pi m^2}{9}$

עמוד 355 , מבחן מס' 7 , שאלה מס' 2

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה : $a_{n+1}=\frac{3a_n}{3-4a_n}$, $a_1=\frac{3}{11}$.

מגדירים סדרה נוספת: $b_n=\frac{3-7a_n}{a_n}$.

א. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

ב. נתון: $a_n=-\frac{3}{25}$. מצא את הסכום : $b_1+b_2+b_3+....b_n$.

ג. הבע את a_n באמצעות b_n.

ד.הראה שהסדרה $\frac{1}{a_1},\frac{1}{a_2},\frac{1}{a_3},......\frac{1}{a_n}$ היא סדרה חשבונית וחשב את סכום 10 האיברים הראשונים בסדרה.

תשובות: **ב.** **-140** **ג.** $a_n=\frac{3}{b_n+7}$ **ד.** $-23\frac{1}{3}$

עמוד 361 , מבחן מס' 8 , שאלה מס' 2

שתי חנויות מוכרות דגם מסוים של עפרונות שהפך ללהיט. מספר העפרונות שנמכר בחנות הראשונה בחודש ינואר גדול פי 17 ממספר העפרונות שנמכר באותו חודש בחנות השנייה. בחודשים הבאים, מספר העפרונות שנמכר מדי חודש בחנות הראשונה היה גדול ב- 80 ממספרן בחודש הקודם לו , ואילו בחנות השנייה , מספר העפרונות שנמכר מדי חודש היה גדול ב- 100 ממספרם בחודש הקודם לו. בחודש נובמבר , מספר העפרונות שנמכר בחנות השנייה עלה בפעם הראשונה על מספר העפרונות שנמכר בחנות הראשונה.

א. מצא כמה עפרונות נמכרו בחודש ינואר בכל אחת מן החנויות , אם ידוע שבחודש ינואר נמכרו בחנות הראשונה לפחות 196 עפרונות כאלה.

ב. מצא כמה עפרונות נמכרו בחודש נובמבר בכל אחת מן החנויות.

ג. בסוף חודש מסוים חישבו את מספר העפרונות שנמכרו בחנות הראשונה מאז חודש ינואר עד אותו חודש. כעבור חודש נוסף, חישבו את מספר העפרונות שנמכרו בחנות השנייה מאז חודש ינואר עד אותו חודש. התברר שמספר העפרונות שנרשם בחנות השנייה היה קטן ב- 240 ממספר העפרונות שנרשם בחישוב שנערך בחנות הראשונה. באיזה חודש נערך החישוב בחנות הראשונה ?

תשובות: א. בחנות הראשונה: 204 עפרונות , בחנות השנייה: 12 עפרונות
ב. בחנות הראשונה: 1004 עפרונות , בחנות השנייה: 1012 עפרונות
ג. בחודש יוני

עמוד 366 , מבחן מס' 9 , שאלה מס' 1

במפעל המייצר ספלים הוטל על שני פועלים לארוז שלושה ארגזים זהים של ספלים (בכל ארגז נארז אותו מספר של ספלים). שני הפועלים החלו לעבוד יחד ועבדו בקצב קבוע. הם ארזו יחד את הארגז הראשון וסיימו את אריזתו כעבור 5 דקות.
אחר-כך החל פועל א' לארוז את הארגז השני ופועל ב' החל לארוז את הארגז השלישי. כאשר פועל א' סיים לארוז את הארגז השני, חסרו עדיין 210 ספלים בארגז השלישי. לאחר שפועל א' סיים לארוז את הארגז השני, הוא הצטרף לפועל ב' באריזת הארגז השלישי. כאשר שני הפועלים סיימו את אריזת שלושת הארגזים התברר שהפועל השני ארז $\frac{2}{7}$ ממספר הספלים.

א. מהו היחס בין מספר הספלים שארז פועל ב' בדקה לבין מספר הספלים שארז פועל א' בדקה ?
ב. כמה ספלים נארזו בכל אחד מן הארגזים ?
ג. כמה ספלים אורז כל אחד מן הפועלים בדקה ?

תשובות : א. 2:5 ב. 350 ספלים ג. פועל א': 50 ספלים לדקה, פועל ב': 20 ספלים לדקה

עמוד 366 , מבחן מס' 9 , שאלה מס' 2 (אותה שאלה ללא סעיף ב')

סדרה מוגדרת לכל n טבעי ע"י הכלל: $a_n + a_{n+1} = 5n - 7$.
א. הוכח: $a_{n+2} = a_n + 5$.
ב. נסמן: $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$.
הראה כי: 1) $S_{2n} = 5n^2 - 7n$.
2) $S_{2n+1} = a_1 + 5n^2 - 2n$.
ג. נתון: $a_1 = -10$. חשב את a_{101}.

תשובה: ג. $a_{101} = 240$

עמוד 372 , מבחן מס' 10 , שאלה מס' 2 (אותה שאלה ללא סעיף ב')

שתי רכבות נסעו בטעות זו לקראת זו על אותה מסילה. כאשר הן היו במרחק של 340 מטר זו מזו התגלתה הטעות , הנהגים קיבלו התראה והחלו לבלום. בעת קבלת ההתראה , נסעה רכבת א' במהירות של 36 מטר לשנייה ובעת הבלימה היא נסעה בכל שנייה ב- 4.5 מטר פחות מאשר בשנייה הקודמת. רכבת ב' נסעה במהירות של 42 מטר לשנייה ובעת הבלימה היא נסעה בכל שנייה 6 מטר פחות מאשר בשנייה הקודמת. הנח שלוקח לכל רכבת שנייה כדי להתחיל להאט את מהירותה.
האם הספיקו הרכבות לעצור לגמרי לפני ההתנגשות? אם כן, מה היה המרחק ביניהן בעת העצירה?
הנח כי הבלימה החלה אצל שני הנהגים ברגע קבלת ההתראה.

תשובה: כן , במרחק 10 מטר זו מזו

<u>עמוד 377 , מבחן מס' 11 , שאלה מס' 2</u> (אותה שאלה ללא סעיף ב')

נתונה סדרה $a_1, a_2, a_3, ...$ המוגדרת לכל n טבעי ע"י כלל הנסיגה:

$$a_1=36 \, , \, a_{n+1} = \frac{1944 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n}{a_n}$$

א. הוכח, שהסדרה החלקית $a_1, a_3, a_5, ...$ היא סדרה הנדסית.

ב. הוכח, שכל איבר הנמצא במקום זוגי בסדרה הנתונה $a_1, a_2, a_3, ...$ שווה לאיבר הקודם לו בסדרה.

ג. מצא את סכום איברי הסדרה האינסופית: $a_1 + a_2 + a_3 + ...$.

<u>תשובה:</u> ג. 216

<u>עמוד 382 , מבחן מס' 12 , שאלה מס' 1</u>

שתי משאיות יצאו זו לקראת זו על כביש המחבר בין יישוב A ליישוב B. המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא m ק"מ. משאית א' יצאה מיישוב A ומשאית ב' יצאה מיישוב B. המשאיות חלפו זו על פני זו והמשיכו בדרכן. משאית א' נסעה במשך זמן המהווה $\frac{2}{3}$ מן הזמן הדרוש למשאית ב' לעבור את כל המרחק בין A ל-B ונעצרה בתחנת דלק. משאית ב' נסעה במשך זמן המהווה $\frac{2}{5}$ מן הזמן הדרוש למשאית א' לעבור את כל המרחק בין A ל- B ונעצרה בחניון. תחנת הדלק והחניון נמצאים בצידי הכביש המחבר בין היישובים A ו-B והמרחק ביניהם מהווה $\frac{1}{30}$ מן המרחק בין A ל- B.

א. פי כמה גדולה מהירותה של משאית ב' ממהירותה של משאית א' ? מצא את שתי האפשרויות.

ב. ידוע כי מהירותה של משאית א' מהווה יותר מ- 75% ממהירותה של משאית ב'.

1) בטא בעזרת m את המרחק מתחנת הדלק בה עצרה משאית א' עד יישוב B.

2) נתון: $m = 720$ ק"מ . משאית א' יצאה מתחנת הדלק בשעה 11^{00} והגיעה ליישוב B בשעה 16^{36}. משאית ב' יצאה מן החניון בשעה 10^{00}.
באיזו שעה הגיעה משאית ב' ליישוב A ?

<u>תשובות:</u> א. פי $1\frac{1}{3}$ או פי 1.25 ב. 1) $\frac{7m}{15}$ 2) בשעה 14^{48}

<u>עמוד 382 , מבחן מס' 12 , שאלה מס' 2</u>

נתונה סדרה המוגדרת על-ידי כלל הנסיגה:
$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \dfrac{3^n}{a_n} \end{cases}$$

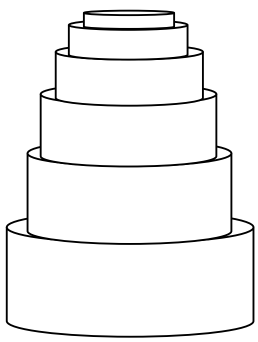
א. הוכח שלכל n טבעי מתקיים : $a_{n+2} = 3 \cdot a_n$.

ב. בסדרה הנתונה מספר זוגי של איברים. סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים קטן ב- 182 מסכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים. מצא את מספר האיברים בסדרה.

ג. מגדירים סדרה אינסופית $b_1, b_2, b_3, b_4 ....$, המקיימת: $b_1 = \frac{1}{a_1}, b_2 = \frac{1}{a_2}, b_3 = \frac{1}{a_3}, b_4 = \frac{1}{a_4}, ...$ כאשר $a_1, a_2, a_3, a_4 ....$ הם אברי הסדרה הנתונה בסעיף א'. חשב את סכום הסדרה האינסופית $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + ...$.

<u>תשובות:</u> ב. 12 ג. 1.75

<u>עמוד 387 , מבחן מס' 13 , שאלה מס' 2</u>



ילדים בנו מגדל מגלילים בעלי גדלים שונים (ראה ציור). המגדל בנוי כך שהגובה של כל גליל קטן ב- 3 מ"מ מגובה הגליל שתחתיו והקוטר של כל גליל קטן ב- 6 מ"מ מקוטר הגליל שתחתיו. מספר הגלילים מהם מורכב המגדל הנו מספר אי-זוגי. הגליל העליון נמוך ב- 39 מ"מ מן הגליל האמצעי.

א. מצא את מספר הגלילים מהם מורכב המגדל.

ב. גובה המגדל הוא 1.161 מטר. מצא גובהו של הגליל התחתון.

ג. קוטר הגליל העליון הוא 10 מ"מ. מסדרים את הגלילים זה לצד זה בשורה. חשב את אורך השורה.

<u>תשובות:</u> א. 27 ב. 82 מ"מ ג. 2.376 מטר

<u>עמוד 392 , מבחן מס' 14 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה:
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} \cdot a_n = 4 \cdot 5^{-n} \end{cases}$$

א. הוכח: $a_{n+2} = \frac{a_n}{5}$.

ב. חשב את $\frac{a_{n+14}}{a_n}$.

ג. מצא נוסחה לסכום n האיברים הראשונים של הסדרה כאשר n מספר טבעי זוגי.

ד. חשב את סכום הסדרה האינסופית $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ...$.

<u>תשובות:</u> ב. $5^{-7} = \frac{1}{78125}$ ג. $\frac{9(1-5^{-\frac{n}{2}})}{4}$ ד. 2.25

<u>עמוד 397 , מבחן מס' 15 , שאלה מס' 1</u>

פועל צריך להחליף את אריחי הריצוף באולם כלשהו. הזמן הדרוש לו לפירוק כל האריחים הישנים קטן ב- 25% מן הזמן הדרוש להרכבת כל האריחים החדשים (כל האריחים זהים).

ביום הראשון לעבודה התחיל הפועל לעבוד בשעה 6^{00} בבוקר ופירק תחילה את כל האריחים הישנים.

למחרת שוב התחיל הפועל את עבודתו בשעה 6^{00} בבוקר והחל להרכיב את האריחים החדשים. הוא עבד ברצף במשך 4 שעות ואז התברר לו שעקב טעות כלשהי עליו לפרק מחצית מן האריחים שכבר הרכיב. אחרי הפירוק נח הפועל במשך שעה אחת ואחר-כך המשיך בהרכבת האריחים החדשים. הוא סיים את כל העבודה ואז התברר ששעת הסיום מאוחרת בשש שעות ו- 45 דקות לעומת הסיום ביום הקודם.

א. בכמה שעות יכול הפועל להרכיב את כל האריחים באולם ?

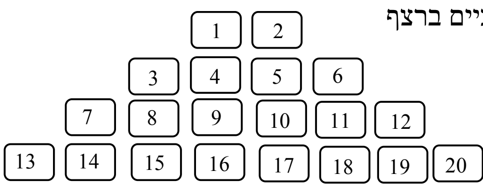
ב. מה הייתה השעה כאשר סיים הפועל להרכיב את מחצית האריחים ?

ג. נתון שהפועל יכול להרכיב 60 אריחים בשעה .כמה אריחים הרכיב הפועל עד השעה 15.00 ?

<u>תשובות:</u>

א. 9 שעות ב. בשעה 15^{00} ג. 270 אריחים

<u>עמוד 397 , מבחן מס' 15 , שאלה מס' 2</u>



ילד מחזיק קופסה של פתקים עליהם מסומנים מספרים טבעיים ברצף החל מ- 1 . הילד מסדר את הקלפים על הרצפה בשורות, כך שבשורה הראשונה יש 4 פתקים ובכל שורה שאחריה יש שני פתקים יותר ממספר הפתקים בשורה הקודמת (ראה ציור המדגים את 4 השורות הראשונות).

א. כמה פתקים יהיו מסודרים בשורה העשירית ?

ב. כמה פתקים יהיו על הרצפה כאשר הילד יסיים לסדר את השורה העשירית ?

ג. מה יהיה המספר הרשום על הפתק הראשון שיסדר הילד בשורה ה- 11 ?

ד. בטא בעזרת n את המספר שיהיה רשום על הפתק הראשון בשורה ה- n – ית .

ה. בקופסה היו 250 פתקים. באיזו שורה נמצא הפתק האחרון שסידר הילד ?

ו. כמה פתקים יחסרו לילד על מנת להשלים את סידור השורה האחרונה ?

<u>תשובות:</u> א. 20 ב. 110 ג. 111 ד. n^2-n+1 ה. השורה ה- 16 ו. 22

<u>עמוד 403 , מבחן מס' 16 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מקיימת את כלל הנסיגה: $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 6n - 1 - a_n \end{cases}$.

א.הראה כי הסדרות $a_1, a_3, a_5, a_7, a_9, a_{11}........$ ו- $a_2, a_4, a_6, a_8, a_{10}, a_{12}........$ הן סדרות חשבוניות.

ב. הסבר מדוע גם הסדרה $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6........$ היא סדרה חשבונית.

ג. בסדרה זו ישנם 4n-1 איברים. סכום 2n האיברים האחרונים בסדרה גדול ב- 1140 מסכום 2n האיברים הראשונים בסדרה.

1) מצא את מספר אברי הסדרה.

2) חשב את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

<u>תשובות:</u> ג. 1) 39 2) 1160

<u>עמוד 408 , מבחן מס' 17 , שאלה מס' 2</u>

נתונה סדרה הנדסית אינסופית $a_1, a_2, a_3, ...$. סכום 8 האיברים הראשונים של הסדרה הוא 12610 .

האבר התשיעי בסדרה קטן ב- $4203\frac{1}{3}$ מן האיבר הראשון.

א. מצא את מנת הסדרה.

ב. מצא את האיבר הראשון של הסדרה.

ג. בונים סדרה אינסופית חדשה $b_1, b_2, b_3, ...$ באופן הבא :

$b_1 = a_1 + a_2\ ,\ b_2 = a_2 + a_3\ ,\ b_3 = a_3 + a_4, ...$.

הראה שהסדרה $b_1, b_2, b_3, ...$ היא סדרה הנדסית יורדת וחשב את סכומה.

ד. מגדירים סדרה אינסופית נוספת $c_1, c_2, c_3, ...$ המקיימת $c_n = \frac{a_n \cdot b_n}{2916}$.

הראה שהסדרה היא סדרה הנדסית וחשב את סכומה.

<u>תשובות:</u> א. $\frac{2}{3}$ ב. 4374 ג. 21870 ד. 19683

<u>עמוד 413 , מבחן מס' 18 , שאלה מס' 1</u>

רוכב אופניים א' ורוכב אופניים ב' יצאו זה לקראת זה משני מקומות A ו- B בהתאמה. המרחק בין המקומות A ו- B הוא 9m ק"מ. רוכב ב' יצא לדרך שעתיים וחצי אחרי שרוכב א' יצא לדרך.

בשעה 14^{30} התברר שכל אחד מן הרוכבים עבר שליש מן המרחק בין המקומות A ו- B .

למחרת שוב יצאו הרוכבים זה לקראת זה. הפעם הם יצאו בו זמנית ונפגשו כעבור 9 שעות.

המהירות של כל אחד מן הרוכבים הייתה קבועה ולא השתנתה ביום השני.

א. הבע בעזרת m את המהירויות של כל אחד מן הרוכבים.

ב. רוכב א' עבר כל קילומטר בזמן הארוך ב- $1\frac{1}{4}$ דקות מן הזמן בו עבר רוכב ב' כל קילומטר.

מצא את המרחק בין A ו- B .

ג. באיזו שעה יצא לדרך רוכב א' ביום הראשון ?

<u>תשובות:</u>

א. מהירות רוכב א': 0.4m קמ"ש , מהירות רוכב ב' : 0.6m קמ"ש

ב. 360 ק"מ ג. בשעה 7^{00}

<u>עמוד 413 , מבחן מס' 18 , שאלה מס' 2</u>

נתונה סדרה הנדסית $a_1, a_2, a_3, ...a_n$ שכל איבריה חיוביים. סכום $n-2$ האיברים הראשונים בסדרה הוא 13,120 וסכום $n-2$ האיברים האחרונים הוא 118,080. סכום שני האיברים הראשונים של הסדרה הוא 16.

א. מצא את מספר איברי הסדרה.

ב. חשב את הסכום: $a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 - a_4^2 + ... - a_n^2$.

ג. בסדרה זו, חיברו כל שלושה איברים עוקבים וקיבלו סדרה חדשה. הוכח כי הסדרה החדשה היא סדרה הנדסית וחשב את סכומה.

<u>תשובות:</u> א. $n = 10$ ב. 5578855040 - ג. 170560

<u>עמוד 418 , מבחן מס' 19 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מקיימת את כלל הנסיגה: $b_{n+1} = b_n + 4n - 34$, $b_1 = 70$.
מגדירים סדרה נוספת : $a_n = b_n - 2n^2 + 40n - 138$.
א. הוכח שהסדרה $a_1, a_2, a_3, ...$ היא סדרה חשבונית.
ב. בסדרה $a_1, a_2, a_3, ...$ ישנם 3n איברים. סכום n האיברים האחרונים בסדרה גדול פי 2 מסכום n האיברים שלפניהם. מצא את מספר אברי הסדרה.

<u>תשובה:</u> ב. 48 איברים

<u>עמוד 423 , מבחן מס' 20 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מוגדרת על-ידי הכלל : $a_1 = t$, $a_{n+1} = 4a_n$
א. מצא נוסחה ל- a_n .
ב. מגדירים סדרה נוספת b_n המקיימת : $b_n = \frac{1}{a_n}$. מצא נוסחה ל- b_n .
ג. נתון : $b_3 = 1$. מצא את t .
ד. חשב את סכום הסדרה האינסופית : $b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + ...$.

<u>תשובות:</u> א. $a_n = t \cdot 4^{n-1}$ ב. $b_n = \frac{1}{t} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ ג. $\frac{1}{16}$ ד. 12.8

<u>עמוד 428 , מבחן מס' 21 , שאלה מס' 1</u>

גנן צריך לשתול 420 פרחים משני סוגים בכיכר חדשה שנבנתה בעיר כלשהי. בחלק המרכזי של הכיכר יהיו פרחים מסוג אחד וסביבם תהיה טבעת של פרחים מסוג אחר. רוב הפרחים נמצאים בטבעת החיצונית.
הגנן עובד בקצב קבוע ומספר הפרחים מסוג א' שהוא יכול לשתול בשעה גדול ב- 20 ממספר הפרחים מסוג ב' שהוא יכול לשתול בכל שעה.
אם יחליט הגנן לשתול את הפרחים מסוג א' במרכז ואת הפרחים מסוג ב' בטבעת החיצונית, יסיים את העבודה לאחר 6 שעות ו- 15 דקות.
אם יחליט לשתול את הפרחים מסוג ב' במרכז ואת הפרחים מסוג א' בטבעת החיצונית, יסיים את העבודה לאחר 6 שעות .
א. כמה פרחים מסוג א' יכול הגנן לשתול בכל שעה ?
ב. כמה פרחים יהיו במרכז הכיכר ?

<u>תשובות:</u>
א. 80 פרחים בשעה ב. 180 פרחים

<u>עמוד 428 , מבחן מס' 21 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מוגדרת על-ידי הנוסחה $a_n = n^2 - 15n + 50$. בסדרה 30 איברים.

א. כמה איברים חיוביים בסדרה ?

ב. מצא את מקומם של שני איברים עוקבים בסדרה השווים זה לזה.

ג. כמה איברים בסדרה אינם גדולים מ- 6 ?

ד. מאברי הסדרה הנתונה יוצרים סדרה חדשה $b_1, b_2, b_3, b_4, ...$ באופן הבא :

$b_1 = a_2 - a_1, b_2 = a_3 - a_2, b_3 = a_4 - a_3, ...$.

הראה שהסדרה $b_1, b_2, b_3, b_4, ...$ היא סדרה חשבונית וחשב את סכומה.

<u>תשובות:</u> א. 24 ב. $a_8 = a_7$ ג. 8 איברים ד. 464

<u>עמוד 433 , מבחן מס' 22 , שאלה מס' 2</u>

א. נתונה הסדרה: .7 , 14 , 28 , 56 , 112.....

1) הנח שהחוקיות נמשכת ומצא נוסחה לפי מקום ל - a_n , האיבר הכללי של הסדרה.

2) מצא נוסחה לסכום n האיברים הראשונים של הסדרה.

ב. נתונה סדרה נוספת: . 4 , 11 , 25 , 53 , 109 ....

1) מצא נוסחה לפי מקום לאיבר הכללי של סדרה זו (היעזר בסעיף א').

2) הסבר מדוע סכום n האיברים הראשונים של הסדרה שבסעיף ב' הוא $7 \cdot 2^n - 7 - 3n$ לכל n טבעי.

3) היעזר בסעיף הקודם וחשב את הסכום: $22 + 50 + 106 + ... + 442$

<u>תשובות:</u> א. 1) $a_n = 7 \cdot 2^{n-1}$ 2) $S_n = 7 \cdot 2^n - 7$ ב. 1) $b_n = 7 \cdot 2^{n-1} - 3$ 3) 838

<u>עמוד 438 , מבחן מס' 23 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה: $a_{n+2} = \frac{(a_{n+1})^2}{a_n}$.

א. הראה שעבור כל n טבעי, הסדרה $a_1, a_2, a_3, a_4, ...$ היא סדרה הנדסית.

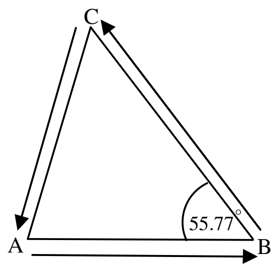
ב. נתון : $a_3 = -216 , a_4 = 648$. מצא נוסחה ל- a_n .

ג. נתון: $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = 4368$.

מצא את n וחשב את הסכום $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 ..... - a_n$.

<u>תשובות:</u> ב. $a_n = 8 \cdot (-3)^n$ ג. $n = 6$, -8736

<u>עמוד 443 , מבחן מס' 24 , שאלה מס' 1</u>



טרקטורון עובר מסלול שצורתו משולש ABC .
נתון: הזווית $\cos\sphericalangle ABC = 0.5625$ (ראה ציור).
הטרקטורון יצא מנקודה A ונסע שעתיים עד הנקודה B. אחר- כך נסע באותה מהירות מנקודה B לנקודה C . המרחק הכולל שעבר הטרקטורון מ-A עד שהגיע ל- C הוא 180 ק"מ.
כאשר הגיע הטרקטורון לנקודה C החל לחזור מייד לנקודה A במהירות הנמוכה ב- 25% מן המהירות בה נסע הלוך עד C.
הדרך חזרה ארכה 100 דקות פחות מן הדרך הלוך מ- A עד C.
מצא את המהירות בה נסע הטקטורון בדרכו מנקודה A עד לנקודה C.

<u>תשובה:</u> 36 קמ"ש

<u>עמוד 443 , מבחן מס' 24 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה : $\begin{cases} a_1 = -4 \\ a_{n+1} = a_n - 4n + 1 \end{cases}$

מגדירים סדרה נוספת: $b_n = a_n + 2n^2 - 5$.

א. הוכח שהסדרה $b_1, b_2, b_3....$ היא סדרה חשבונית.

ב. 1) מצא נוסחה ל- b_n (בטא את b_n באמצעות n).

2) מצא נוסחה ל- a_n (בטא את a_n באמצעות n).

3) כמה איברים בסדרה $a_1, a_2, a_3....$ גדולים מ- 25 - ?

ג. נתון : $a_k = -257$. חשב את הסכום $b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_k$.

תשובות: ב. 1) $b_n = 3n - 10$ 2) $a_n = -2n^2 + 3n - 5$ 3) 3 האיברים הראשונים
ג. 114

<u>עמוד 449 , מבחן מס' 25 , שאלה מס' 2</u>

אדם פתח חשבון בבנק והפקיד בו סכום של 20,000 ש"ח. החל מחודש ינואר 2010 , הוא הפקיד בכל חודש בחשבון זה את משכורתו בסך 5,000 ש"ח ומדי חודש משך מן החשבון סכום כסף הדרוש להוצאותיו. הוצאותיו בחודש הראשון היו 3,000 ש"ח ועלו מדי חודש ב- 200 ש"ח. משכורתו נותרה ללא שינוי.

א. מה סכום הכסף שהיה בחשבון בסוף חודש דצמבר 2012 ?
ב. באיזה חודש נותר סכום הכסף בחשבון ללא שינוי לעומת החודש הקודם ?
ג. מתי עמד חשבונו לראשונה בחובה ?

<u>תשובות:</u> א. 30,800 ₪ ב. נובמבר 2010 ג. בחודש מאי 2012

<u>עמוד 455 , מבחן מס' 26 , שאלה מס' 2</u>

מספר אבריה של סדרה הנדסית עולה... $a_1, a_2, a_3, ...$ הנו מספר זוגי. שני האיברים האמצעיים בסדרה הם 81 ו-243. סכום שני האיברים הראשונים בסדרה הוא $1\frac{1}{3}$.

א. מצא את סכום כל איברי הסדרה.

ב. נגדיר סדרה נוספת: $b_n = a_n - 2$. מצא את b_3, b_2, b_1 .

ג. נסמן: $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$.

1) בטא בעזרת S_n את הסכום $b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_n$.

2) היעזר בסעיפים הקודמים וחשב את הסכום $-1\frac{2}{3} - 1 + 1 + 7 + 25 + 79 + ... + 2185$.

<u>תשובות:</u> א. $88573\frac{1}{3}$ ב. $b_3 = 1, b_2 = -1, b_1 = -1\frac{2}{3}$ 2) $S_n - 2n$ 3) $350\frac{1}{3}$

<u>עמוד 460 , מבחן מס' 27 , שאלה מס' 1</u>

שני עובדים בקונדיטוריה צריכים להכין כל אחד אותה כמות של עוגיות . העובד הראשון החל לעבוד בשעה 6^{00} והעובד השני החל לעבוד בשעה 7^{00}. כאשר העובד הראשון סיים את אפיית העוגיות, חסרו לעובד השני 180 עוגיות להשלמת המכסה. העובד השני מכין בכל שעה m עוגיות והעובד הראשון מכין בכל שעה $m + 20$ עוגיות . שני העובדים עבדו בקצב קבוע.

א. מצא את התחום של ערכי m אם ידוע שכל אחד מן העובדים צריך להכין לפחות 480 עוגיות .

ב. העובד השני סיים את עבודתו בשעה 15^{00}. מצא את מספר העוגיות שהספיקו להכין שני העובדים יחד עד השעה 12^{00} .

<u>תשובות:</u> א. $60 \le m \le 100$ ב. 780 עוגיות

<u>עמוד 460 , מבחן מס' 27 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה: $\begin{cases} a_1 = t \\ a_{n+1} = a_n + n^2 - 6n \end{cases}$

נגדיר שתי סדרות נוספות: $b_n = a_{n+1} - a_n$, $c_1 + c_2 + c_3 + ... + c_n = b_n$.

א. בטא את b_n ואת c_n באמצעות n בלבד.

ב. הוכח שהסדרה $c_1, c_2, c_3....$ היא סדרה חשבונית.

ג. נתון : a_k גדול ב- 55 מן האיבר שלפניו. מצא את c_k .

ד. מצא בסדרה $a_1, a_2, a_3.......$ את מקומותיהם של זוגות איברים סמוכים שההפרש ביניהם קטן מ- 72 אך אינו קטן מ- 40.

ה. נתון: $a_3 + c_3 = -11$. מצא את t .

<u>תשובה:</u> א. $b_n = n^2 - 6n$, $c_n = 2n - 7$ ג. 17 ד. a_{10} ו- a_{11} , a_{11} ו- a_{12} ה. $t = 3$

<u>עמוד 465 , מבחן מס' 28 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מוגדרת על-ידי הכלל: $a_{n+1} = -5a_n$, $a_1 = 1$. בסדרה זו $2n + 1$ איברים.

א. מצא נוסחה לפי מקום לאיבר האחרון בסדרה.

ב. מצא נוסחה לסכום הסדרה.

ג. היחס בין סכום n האיברים האחרונים בסדרה לבין סכום n האיברים הראשונים של הסדרה הוא 3125 - .

1) מצא את סכום אברי הסדרה הנמצאים במקומות האי-זוגיים.

2) מצא את סכום הסדרה כאשר מחליפים בה את סימני האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים.

א. $a_{2n+1} = (-5)^{2n}$ ב. $S_{2n+1} = \frac{5^{2n+1}+1}{6}$ ג. 1) 406901 2) 488281

<u>עמוד 470 , מבחן מס' 29 , שאלה מס' 2</u>

נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת $a_1, a_2, a_3, a_4, ...$, שכל איבריה חיוביים.

סכום ריבועי איברי הסדרה הוא A וריבוע סכום איברי הסדרה הוא B.

א. בטא את מנת הסדרה ואת האיבר הראשון שלה באמצעות A ו- B.

ב. נתון גם: ריבוע סכום אברי הסדרה גדול פי 4 מסכום ריבועי איבריה. חשב את מנת הסדרה.

ג. נתון: $\frac{25}{a_1} + \frac{25}{a_2} + \frac{25}{a_3} + \frac{25}{a_4} + \frac{25}{a_5} = \frac{1441}{81}$.

מצא את סכום הסדרה האינסופית $a_1, a_2, a_3, a_4, ...$.

<u>תשובות</u>: א. $a_1 = \frac{2A\sqrt{B}}{A+B}$, $q = \frac{B-A}{B+A}$ ב. $q = \frac{3}{5}$ ג. 62.5

<u>עמוד 475 , מבחן מס' 30 , שאלה מס' 1</u>

הולך רגל יצא מנקודה A לעבר נקודה B . אחרי שעבר מרחק של 12 ק"מ הוא נח במשך חצי שעה ואחר- כך המשיך לצעוד במהירות הגבוהה ב- 2 קמ"ש מן המהירות בה צעד לפני המנוחה. אחרי המנוחה עבר הולך הרגל מרחק של 18 ק"מ והגיע לנקודה B שעה אחת לפני השעה בה היה מגיע לו צעד כל הדרך במהירות הראשונה ללא מנוחה.

א. כמה זמן צעד הולך הרגל עד שנח ?

ב. למחרת צעד הולך הרגל מ- A ל- B וחזר מייד מ- B ל- A. מהירות הליכתו הייתה גבוהה מן המהירות בה צעד ביום הקודם לפני המנוחה ונמוכה מן המהירות בה צעד אחרי המנוחה.
מצא את התחום בו נמצא פרק הזמן בו צעד הולך הרגל ביום השני.

<u>תשובות</u>: א. 3 שעות ב. 15 שעות $< t <$ 10 שעות

<u>עמוד 475 , מבחן מס' 30 , שאלה מס' 2</u>

חלקיק מתחיל לנוע במהירות מסוימת מנקודה הנמצאת על מסלול מעגלי שאורכו 400 מטר.כאשר הוא מגיע שוב לנקודת ההתחלה, מואץ החלקיק כך שמהירותו בסיבוב הבא גדולה פי 1.2 ממהירותו הקודמת. החלקיק השלים 30 סיבובים .

מהירותו בסיבוב החמישי גדולה ב- 87.36 מטר לשנייה ממהירותו בסיבוב השני.

א. מה הייתה מהירותו של החלקיק בסיבוב האחרון ?

ב. כמה זמן נמשכה תנועתו של החלקיק ?

<u>תשובות</u>: א. בערך 19781 מטר לשנייה 2) 23.9 שניות

<u>עמוד 480 , מבחן מס' 31 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה: $a_1 = 1\ ,\ a_2 = 2\ ,\ a_{n+2} = \dfrac{6 \cdot 4^{n-1}}{a_n \cdot a_{n+1}}$.

א. מצא a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 .

ב. הוכח: $a_{n+3} = 4a_n$.

ג. חשב את הסכום $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{16}$.

ד. נסמן: $b_1 = a_1, b_2 = a_4, b_3 = a_7, b_4 = a_{10}, ...$.

1) מצא נוסחה לסכום n האיברים הראשונים של הסדרה $b_1, b_2, b_3, ...$.

2) הסבר מדוע הביטוי $4^n - 1$ מתחלק ב- 3 ללא שארית עבור כל n טבעי.

<u>תשובות</u>: א. $a_3 = 3, a_4 = 4, a_5 = 8, a_6 = 12, a_7 = 16$ ג. 3070 ד. 1) $\dfrac{4^n - 1}{3}$

<u>עמוד 485 , מבחן מס' 32 , שאלה מס' 2</u>

נתונה סדרה של מספרים חיוביים המהווים סדרה הנדסית יורדת: $a_1, a_2, a_3, ...a_{2n+2}$.

א. הוכח כי לכל n טבעי מתקיים: $\dfrac{a_2}{a_1} \cdot \dfrac{a_4}{a_3} \cdot \dfrac{a_6}{a_5} \cdot \cdots \dfrac{a_{2n}}{a_{2n-1}} > \sqrt{\dfrac{a_{2n+2}}{a_1}}$.

ב. מנת הסדרה היא q . הבע על-ידי a_1 , q ו- n את סכום אברי הסדרה הנמצאים במקומות האי-זוגיים.

ג. סכום כל אברי הסדרה הוא 58025 וסכום כל אברי הסדרה הנמצאים במקומות האי-זוגיים הוא 34815. האיבר הראשון בסדרה קטן ב- 2187 מסכום שני האיברים הבאים אחריו.

1) מצא את q 2) מצא את מספר אברי הסדרה.

ד. חשב את היחס בין סכום הסדרה הנתונה לבין סכום הסדרה האינסופית $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ...$.

<u>תשובות</u>: ב. $\dfrac{a_1(q^{2n+2} - 1)}{q^2 - 1}$ ג. 1) $q = \dfrac{2}{3}$ 2) 10 ד. 0.9827

<u>עמוד 490 , מבחן מס' 33 , שאלה מס' 1</u>

צריכים למלא מים בשלושה מיכלים זהים ריקים בעזרת שני צינורות – צינור דק וצינור עבה יותר. מתחילים למלא את מיכל א' בעזרת הצינור הדק ואת מיכל ב' בעזרת הצינור העבה. הצינור העבה סיים למלא את מיכל ב' והחל למלא את מיכל ג'. כעבור 4 שעות ו- 40 דקות מתחילת הפעולה, הייתה אותה כמות מים במיכל ג' ובמיכל א'. שני הצינורות יכולים למלא מיכל אחד בשעתיים אם הם יעבדו יחד.

א. מצא בכמה שעות יכול כל אחד מן הצינורות למלא מיכל אחד כשהוא עובד לבדו ?

ב. הקיבולת של כל אחד מן המיכלים הוא 140 ליטר.

1) כמה ליטר מים ממלא כל אחד מן הצינורות בשעה אחת ?

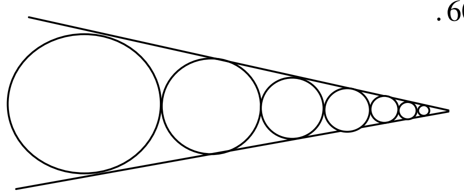
2) אחרי שהצינור העבה מילא את מיכל ג', הוא צורף לצינור הדק שעדיין לא סיים למלא את מיכל א'. כעבור כמה זמן , מרגע הצטרפותו של הצינור העבה, סיימו שני הצינורות למלא את מיכל א' ?

<u>תשובות</u>: א. הצינור העבה יכול למלא מיכל אחד ב- 2.8 שעות והצינור הדק ב- 7 שעות

ב. 1) הצינור העבה ממלא 50 ליטר בשעה והצינור הדק ממלא 20 ליטר בשעה

2) תוך 24 דקות

<u>עמוד 490 , מבחן מס' 33 , שאלה מס' 2</u>



מעגל שרדיוסו 8 ס"מ משיק לשוקיה של זווית בת 60°.

מעגל נוסף, קטן יותר, משיק למעגל הראשון ומשיק גם לשוקיה של אותה זוית וכן הלאה. כך נוצרת סדרה של מעגלים (ראה ציור).

נסמן ב- R_n את הרדיוס של מעגל כלשהו.

א. הוכח: $\frac{R_{n+1}}{R_n}=\frac{1}{3}$.

ב. חשב את סכום היקפי כל המעגלים הנוצרים באופן זה.

ג. מצא את סכום שטחי כל המעגלים הנוצרים באופן זה.

<u>תשובות</u>: ב. 24π ס"מ ג. 72π סמ"ר

<u>עמוד 496 , מבחן מס' 34 , שאלה מס' 2</u>

נתון: I. המספרים: $a + b , a - 2b , 3a + b$ הם שלושת האיברים הראשונים של סדרה חשבונית.

II. למשוואה: $(a -3b - 4)x^2 +2(a - b)x +2a+b+3 = 0$, $(a>0 , a-3b \neq 4)$

יש פתרון יחיד.

א. מצא את a , את b ואת הפרש הסדרה.

ב. מצא את הפתרון היחיד של המשוואה.

ג. בסדרה החשבונית הנתונה חיברו 11 איברים החל ממקום מסוים, והתקבל הסכום 418. מהו מקומו הסידורי של האיבר הנ"ל?

ד. בסדרה החשבונית 20 איברים. חשב את הסכום $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + ... + a_{19} - a_{20}$.

<u>תשובות</u>: א. $a = 3$, $b = -1$, $d = 3$ ב. $x = -2$ ג. 8 ד. 30 -

<u>עמוד 502 , מבחן מס' 35 , שאלה מס' 2</u>

נתונות שתי סדרות הנדסיות אינסופיות יורדות שכל איבריהן חיוביים:

$a_1, a_2, a_3, ...$ ו- $b_1, b_2, b_3,...$. נסמן: $S = a_1 + a_2 + a_3 + ...$, $T = b_1 + b_2 + b_3 + ...$.

מנתה של הסדרה הראשונה היא $\frac{1}{27}$ ומנתה של הסדרה השנייה היא q ($\frac{1}{27} < q < 1$).

בונים סדרה שלישית ... $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3},$ המקיימת: $P = \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \frac{a_3}{b_3} + ...$.

א. הוכח שהסדרה השלישית היא סדרה הנדסית יורדת.

ב. נתון: $\frac{13S}{T} = 8P$. מצא את q (מנתה של הסדרה השנייה).

<u>תשובות:</u> ב. $q = \frac{1}{9}$ או $q = \frac{1}{3}$

<u>עמוד 507 , מבחן מס' 36 , שאלה מס' 1</u>

משאית יוצאת מדי יום ראשון בבוקר בשעה 7^{00} מנקודה A לנקודה B ומכונית יוצאת מדי יום ראשון בבוקר באותה שעה מנקודה B לנקודה A. המרחק בין המקומות A ו-B הוא 720 ק"מ. מהירויות הנסיעה של שני כלי הרכב קבועות .

אם המכונית תיסע רבע מן הזמן הדרוש למשאית לעבור את כל המרחק בין A ל- B והמשאית תיסע 75% מן הזמן הדרוש למכונית לעבור את כל המרחק, יהיה המרחק ביניהן 90 ק"מ לפני שהם נפגשו.

א. פי כמה גדולה מהירות המכונית ממהירות המשאית ? (מצא את שתי האפשרויות).

ב. נתון כי היחס בין מהירות המכונית למהירות המשאית אינו עולה על $\frac{7}{4}$.

אם המכונית תגיע לנקודה A ותתחיל לחזור מייד לעבר B, היא תיפגש עם המשאית בשעה 16^{36} .
באיזו שעה תגיע המשאית לנקודה B ?

<u>תשובות:</u> א. פי 2 או פי 1.5 ב. בשעה 19^{00}

<u>עמוד 507 , מבחן מס' 36 , שאלה מס' 2</u>

נתונה סדרה המקיימת: $a_1 = 10$, $a_{n+1} = 5a_n$. בסדרה זו 2n+1 איברים.

א. בטא באמצעות n את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים .

ב. נתון כי האיבר האחרון בסדרה הוא 3906250. חשב:

1) את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה.

2) את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

3) את האיבר האמצעי של הסדרה.

ג. מגדירים סדרה נוספת: $b_1 = a_1 + a_2 + a_3$, $b_2 = a_2 + a_3 + a_4$, $b_3 = a_3 + a_4 + a_5$ ..... .

1) הראה שהסדרה $b_1, b_2, b_3......$ היא סדרה הנדסית.

2) חשב את סכם אברי הסדרה $b_1, b_2, b_3......$.

<u>תשובות</u>: א. $\frac{25(5^{2n}-1)}{12}$ **ב. 1) 813800 (2 4069010 (3 6250 ג. 2) 6054610**

<u>עמוד 512 , מבחן מס' 37 , שאלה מס' 2</u>

סדרה מוגדרת על-ידי כלל הנסיגה: $a_1=-1 \,,\, a_{n+1}=a_n+k-7n$.

מגדירים סדרה נוספת: $b_n=a_{n+1}-a_n$.

א. הראה שהסדרה $b_1,b_2,b_3......$ היא סדרה חשבונית.

ב. נתון : $a_3=-4$. מצא את k .

ג. חשב את הסכום $(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+(a_4-a_3)+....+(a_{20}-a_{19})$.

ד. חשב את a_{20} .

<u>תשובות</u>: ב. $k=9$ ג. 1159 - ד. 1160 -

<u>עמוד 518 , מבחן מס' 38 , שאלה מס' 1</u>

שני גננים צריכים לשתול מספר מסוים של פרחים בגינה ציבורית. שני הגננים עובדים בקצב קבוע. אם גנן א' יחל את עבודתו $2\frac{1}{4}$ שעות לפני גנן ב', יספיק לשתול עד גמר העבודה $\frac{5}{8}$ מכמות הפרחים .אם גנן ב' יחל את העבודה 3 שעות ו- 36 דקות לפני גנן א', יספיק להכין עד גמר העבודה $\frac{5}{9}$ מכמות הפרחים.

א. בכמה שעות יכול כל אחד מן הגננים לסיים את העבודה לבדו ?

ב. אם שני הגננים יתחילו את העבודה בו-זמנית, יהיה מספר הפרחים שישתול גנן א' עד גמר העבודה גדול ב- m ממספר הפרחים שישתול גנן ב' עד גמר העבודה.
בטא בעזרת m את מספר הפרחים שהגננים צריכים לשתול בגינה.

ג. אם יצטרף אל שני הגננים , מתחילת עבודתם, עוזר גנן ששותל מדי שעה 30 פרחים , תסתיים העבודה ב- 6 שעות. מצא את m .

<u>תשובות</u>: א. גנן א' יכול לסיים את העבודה ב- 14.4 שעות , גנן ב' יכול לסיים ב- 18 שעות.
ב. 9m פרחים ג. $m = 80$

<u>עמוד 524 , מבחן מס' 39 , שאלה מס' 2</u>

נתונה סדרה $a_1,a_2,a_3......$ שבה כל איבר (פרט לאיבר הראשון) גדול פי m $(m>0)$ מסכום כל האיברים שלפניו.

א. הוכח, כי איברי הסדרה, מהווים סדרה הנדסית ובטא בעזרת m את מנתה.

ב. נתון כי האיבר הראשון בסדרה הוא 4 והאיבר השלישי הוא 64. מצא את m.

ג. נגדיר סדרה נוספת $b_1,b_2,b_3......$ המקיימת : $b_n=a_n+3$.
חשב את הסכום $b_1+b_2+b_3+.....+b_{10}$.

ד. הסדרה $b_1,b_2,b_3......$ מוגדרת גם בעזרת כלל הנסיגה : $b_{n+1}=6b_n-t\cdot 4^n+k$.
מצא את t ו- k .

<u>תשובות</u>: א. $q = m + 1$ ב. $m = 3$ ג. 1398130 ד. $k = -15$, $t = 2$

<u>עמוד 530 , מבחן מס' 40 , שאלה מס' 2</u>

נתונות שתי סדרות המוגדרות בעזרת נוסחת האיבר הכללי: $b_n = 8^n$, $a_n = 3^{2n}$.

א. הסדרה $c_1, c_2, c_3......$ מוגדרת על-ידי הכלל: $c_n = a_n + b_n$.

חשב את סכום הסדרה $c_1 + c_2 + c_3 + ... + c_7$.

ב. הסדרה $k_1, k_2, k_3......$ מוגדרת על-ידי הכלל: $k_n = \frac{b_n}{a_n}$.

1) הראה שהסדרה $k_1, k_2, k_3......$ הנה הנדסית יורדת.

2) נסמן: $S = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$, $T = b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_n$.

נתון: $k_1 + k_2 + k_3 + ... + k_n = \frac{19720}{6561}$. חשב את היחס $\frac{T}{S}$.

3) חשב את סכום הטור האינסופי $k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + k_4^2......$.

4) בין כל שני איברים עוקבים בסדרה האינסופית $k_1, k_2, k_3......$ מכניסים איבר נוסף כך שהסדרה החדשה גם היא סדרה הנדסית. חשב את סכום הסדרה המתקבלת .

<u>תשובות:</u> א. 7777583 ב. 2) $\frac{26}{41}$ 3) $3\frac{13}{17}$ 4) 15.54