תיקוני הקלדה

קובץ מס' 5 , סעיף ב' , שורה שלישית

צריך להיות:

ידוע שאין תלות בין סוג הקמח ממנו עשויה הלחמנייה לבין צורתה.

שאלות להחלפה

השאלה המסומנת (*) נמצאת בקבוצת 10 הקבצים הראשונים (מתוך 40) עם פתרונות מלאים.

(*) קובץ מס' 2 , סעיף א'

נתונה הסדרה : $2\cdot5+3\cdot6+4\cdot7+\ldots\ldots+(n+1)(n+4)$

הוכיחו באינדוקציה, כי עבור כל n טבעי , נוסחת הסכום של n האיברים הראשונים של סדרה זו היא $\frac{n(n+4)(n+5)}{3}$.

פתרון:

נוכיח תחילה את נכונות הנוסחה עבור $n=1$: $S_1=\frac{1\cdot5\cdot6}{3}=10=a_1$.

הנוסחה נכונה עבור $n=1$.

נניח שעבור מספר טבעי כלשהו k מתקיים:

$$2\cdot5+3\cdot6+4\cdot7+\ldots..+(k+1)(k+4)=\frac{k(k+4)(k+5)}{3}$$

ונוכיח, על סמך ההנחה כי עבור $k+1$ מתקיים:

$$2\cdot5+3\cdot6+4\cdot7+\ldots..+(k+1)(k+4)+(k+2)(k+5)=\frac{(k+1)(k+5)(k+6)}{3}$$

נותר להוכיח: $\frac{k(k+4)(k+5)}{3}+(k+2)(k+5)=\frac{(k+1)(k+5)(k+6)}{3}$

הוכחה:

$$\frac{k(k+4)(k+5)}{3}+(k+2)(k+5)=\frac{k(k+4)(k+5)+3(k+2)(k+5)}{3}=$$

$$=\frac{(k+5)\left[k(k+4)+3(k+2)\right]}{3}=\frac{(k+5)\left(k^2+4k+3k+6\right)}{3}=$$

$$=\frac{(k+5)\left(k^2+7k+6\right)}{3}=\frac{(k+5)(k+1)(k+6)}{3}$$

הטענה נכונה עבור $k+1$

מסקנה: אם הנוסחה נכונה עבור $n=1$ ובהנחה שהיא נכונה עבור מספר טבעי כלשהו היא נכונה גם עבור המספר העוקב, הרי שהנוסחה נכונה עבור כל n טבעי.

קובץ מס' 20 , סעיף א'

נתונה הסדרה $(5^{n+1}-2)$,....., 3123 , 623 , 123 , 23.

טענה: נוסחת הסכום של n האיברים הראשונים של הסדרה היא $S_n=\frac{5^{n+2}-8n-25}{4}$.

1) הראו כי הטענה נכונה עבור $n=1$, $n=2$, $n=3$.

2) האם ניתן להסיק מן ההוכחה בסעיף הקודם שהנוסחה נכונה גם עבור $n=4$? נמקו,

3) הוכיחו בעזרת אינדוקציה מתמטית שהטענה נכונה לכל n טבעי.

2) לא

קובץ מס' 24 , סעיף א'

נתונה סדרת מספרים : $-1\,,-1\,,3\,,-5\,,7\,,-9,\ldots,(-1)^n(3-2n)$

1) הוכיחו את הטענה הבאה:

אם קיים n טבעי זוגי כלשהו שעבורו מתקיים :

$$-1-1+3-5+7-9+\ldots+(-1)^n(3-2n)=-n$$

אז עבור המספר הזוגי העוקב לו מתקיים:

$$-1-1+3-5+7-9+\ldots+(-1)^n(3-2n)+(-1)^{n+1}(1-2n)+(-1)^{n+2}(-1-2n)=-(n+2)$$

2) הסבירו מדוע לא ניתן להסיק מן ההוכחה הקודמת שסכום הסדרה הנתונה הוא $(-n)$ לכל n טבעי זוגי.

3) האם ניתן להוכיח שהנוסחה $-1-1+3-5+7-9+\ldots..+(-1)^n(3-2n)=-n$
נכונה לכל n טבעי זוגי ? אם כן , הוכיחו.

3) כן

קובץ מס' 28 , סעיף א'

א. האיבר הכללי של הסדרה הוא: $a_n = \dfrac{1}{(2n+3)(2n+5)}$.

1) הוכיחו באינדוקציה, או בדרך אחרת, כי לכל n טבעי, סכום n האיברים הראשונים בסדרה שווה ל- $\dfrac{n}{5(2n+5)}$.

2) חשבו את הסכום : $\dfrac{1}{35}+\dfrac{1}{63}+\dfrac{1}{99}+\ldots.+\dfrac{1}{2915}$.

2) $\mathbf{\dfrac{1}{11}}$

קובץ מס' 31 , סעיף א'

נתונה סדרה $a_1, a_2, a_3, \ldots.., a_n$.

אברי הסדרה מקיימים, לכל n טבעי , את הנוסחה: $a_n = \dfrac{1}{(4n-1)(4n+3)}$

1) הוכיחו בעזרת אינדוקציה מתמטית, כי עבור כל n טבעי סכום n האיברים הראשונים של הסדרה הוא $\dfrac{n}{12n+9}$.

2) מצאו את סכום שני האיברים האחרונים של הסדרה אם סכומה הוא $\dfrac{3}{37}$.

2) $\mathbf{\dfrac{2}{11433}}$