מבחן מס' 1

פתרון שאלה מס' 1

א.

	מחיר כרטיס	כמות	מחיר כולל
כרטיסים יקרים	x	3	$3x$
כרטיסים זולים	$x - 16$	4	$4(x - 16)$

הסכום הכולל: $3x + 4(x - 16) = 3x + 4x - 64 = \mathbf{7x - 64}$

ב.

מחיר כרטיס למופע ריקודים	כמות	מחיר כולל
$\frac{100-15}{100} \cdot x = \frac{85}{100} \cdot x = 0.85x$	7	$7 \cdot 0.85x = 5.95x$

מתקבלת המשוואה : $5.95x + 20 = 7x - 64 \Rightarrow -1.05x = -84 \Rightarrow \mathbf{x = 80}$

ג.

	מחיר כרטיס למופע ריקודים	כמות	מחיר כולל
תיכנון	$0.85 \cdot 80 = 68$	7	$7 \cdot 68 = 476$
בפועל	68	5	$5 \cdot 68 = 340$

חישוב האחוז שמהווה המספר 340 מ- 476:

$$\frac{340}{476} \cdot 100\% = \frac{500}{7}\% = \mathbf{71\frac{3}{7}\%}$$

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

פתרון שאלה מס' 2

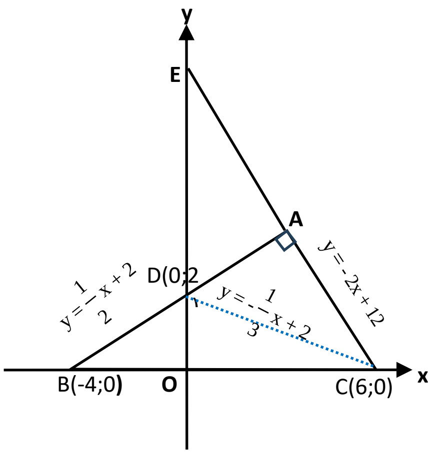
א. הנקודה B נמצאת על הישר $y=\frac{1}{2}x+2$ ועל ציר ה- x , לכן: $0=\frac{1}{2}x+2 \Leftarrow$

$$-2=\frac{1}{2}x \Rightarrow x=-4 \Rightarrow \mathbf{B(-4;0)}$$

הנקודה D נמצאת על הישר $y=\frac{1}{2}x+2$ ועל ציר ה- y , לכן: $y=\frac{1}{2}\cdot 0+2=2 \Leftarrow \mathbf{D(0;2)}$

ב. 1) שיפוע הישר DC הוא $-\frac{1}{3}$ והוא עובר בנקודה D(0;2) , לכן :

$$y-2=-\frac{1}{3}(x-0) \Rightarrow \mathbf{y=-\frac{1}{3}x+2}$$



2) הנקודה C נמצאת על הישר DC ועל ציר ה- x לכן:

$$0=-\frac{1}{3}x+2 \Rightarrow \frac{1}{3}x=2 \Rightarrow x=6 \Rightarrow \mathbf{C(6;0)}$$

3) נתון : AC מאונך ל- AB. שיפוע הישר AB הוא $\frac{1}{2}$

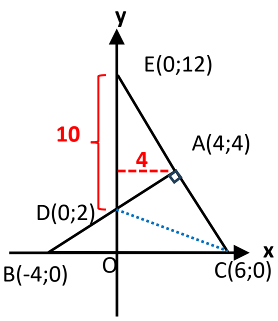
לכן שיפוע הישר AC הוא 2 - . ניעזר בנקודה C(6;0)

ונקבל: $y-0=-2(x-6) \Rightarrow \mathbf{y=-2x+12}$

4) הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישרים AB ו- AC לכן:

$$\frac{1}{2}x+2=-2x+12 \Rightarrow 2\frac{1}{2}x=10 \Rightarrow x=4 \Rightarrow$$

$$y=-2\cdot 4+12=4 \Rightarrow \mathbf{A(4;4)}$$



ג. 1) הנקודה E נמצאת על הישר AC ועל ציר ה- y , לכן

$$y=-2\cdot 0+12=12 \Rightarrow \mathbf{E(0;12)}$$

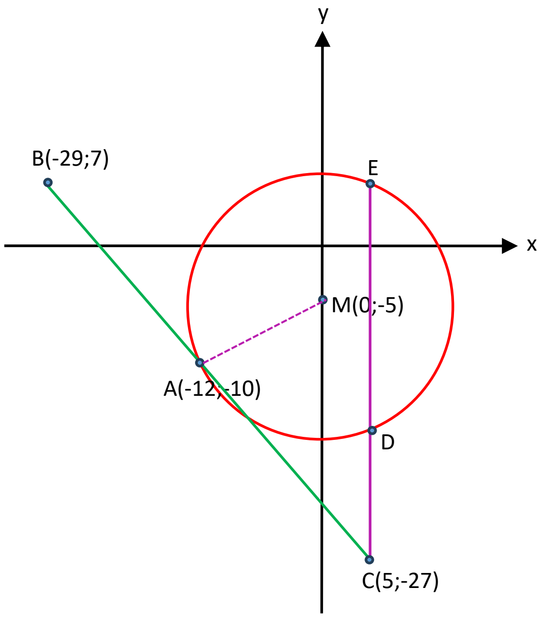
2) אורך הצלע DE הוא $12-2=10$

אורך הגובה לצלע DE הוא $4-0=4$

לכן שטח המשולש AED הוא $\frac{10\cdot 4}{2}=\mathbf{20}$

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

פתרון שאלה מס' 3



א. 1) MA הוא רדיוס המעגל, לכן נחשב את אורך הקטע MA :

$$R = \sqrt{(0+12)^2+(-5+10)^2} = \sqrt{169} = \mathbf{13}$$

2) משוואת המעגל שמרכזו בנקודה (0;-5) ורדיוסו 13 :

$$(x-0)^2+(y+5)^2=13^2 \Rightarrow \mathbf{x^2+(y+5)^2=169}$$

ב. 1) משוואת ישר בעל שיפוע 1 – ועובר בנקודה (-12;-10) :

$$y+10=-1(x+12) \Rightarrow y+10=-x-12 \Rightarrow \mathbf{y=-x-22}$$

2) הנקודה B(x;7) נמצאת על הישר $y = -x - 22$ לכן:

$$7 = -x-22 \Rightarrow \mathbf{x_B = -29}$$

ג. 1) הנקודה A(-12;-10) היא אמצע הקטע BC לכן:

$$-12=\frac{-29+x_C}{2} \Rightarrow -24=-29+x_C \Rightarrow x_C=5 \quad ,$$

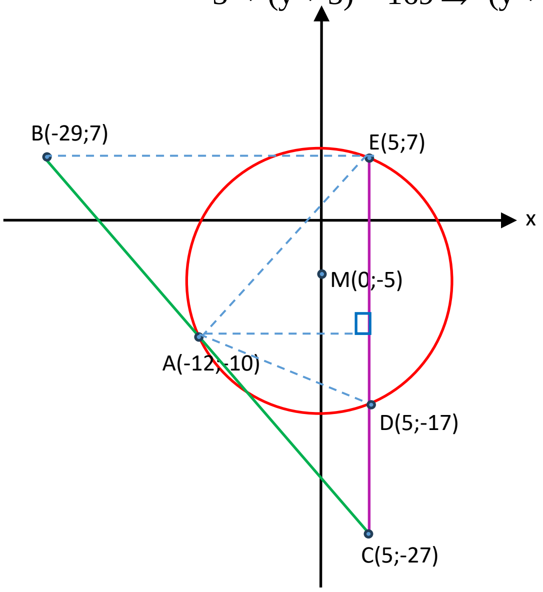
$$-10=\frac{7+y_C}{2} \Rightarrow -20=7+x_C \Rightarrow x_C=-27 \Rightarrow \mathbf{C(5;-27)}$$

2) הנקודות C(5;-27), D ו- E נמצאות על ישר המקביל לציר ה- y לכן שיעור ה- x של הנקודות D ו- E הוא $x = 5$.

הנקודות D ו- E נמצאות על המעגל $x^2+(y+5)^2=169$ לכן נקבל:

$$5^2+(y+5)^2=169 \Rightarrow (y+5)^2=144 \Rightarrow y^2+10y+25=144 \Rightarrow y^2+10y-119=0$$

$$\Rightarrow y=7\ ,\ y=-17 \Rightarrow \mathbf{D(5;-17),E(5;7)}$$



ד. 1) אורך הצלע EC הוא $7-(-27)=34$,

אורך הצלע BE הוא $5-(-29)=34$, לכן **EC = BE**

אם יש למשולש שתי צלעות שוות , אז הוא שווה-שוקיים.

2) במשולש AED :

אורך הצלע ED הוא $7-(-17)=24$.

אורך הגובה לצלע זו הוא $5-(-12)=17$. לכן:

$$S_{\Delta AED}=\frac{24\cdot 17}{2}=\mathbf{204}$$ הוא

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

פתרון שאלה מס' 4

א. 1) תחום ההגדרה: $\mathbf{x \ge 0}$

2) $f(0) = 8\cdot\sqrt{0} - 2\cdot 0 - 6 = -6 \Rightarrow \mathbf{(0;-6)}$

ב. $f(x) = 8\sqrt{x} - 2x - 6 \Rightarrow f'(x) = 8\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} - 2 = \frac{8}{2\sqrt{x}} - 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} - 2$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}} = 2 \Rightarrow 4 = 2\sqrt{x} \Rightarrow 2 = \sqrt{x} \Rightarrow x = 4$$

נקודת מקסימום פנימית $f(4) = 8\sqrt{4} - 2\cdot 4 - 6 = 2 \Rightarrow \mathbf{(4;2)}$

ג. נציב את שיעורי ה- x של הנקודות ונבדוק האם $y = 0$:

$$f(2.25) = 8\sqrt{2.25} - 2\cdot 2.25 - 6 = 1.5 \ne 0$$

$$f(1) = 8\sqrt{1} - 2\cdot 1 - 6 = 0 \Rightarrow \mathbf{A(1;0)}$$

$$f(3.24) = 8\sqrt{3.24} - 2\cdot 3.24 - 6 = 1.92 \ne 0$$

ד. נמצא את שיפוע המשיק: $f'(1) = \frac{4}{\sqrt{1}} - 2 = 2$

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $A(1;0)$:

$y - 0 = 2(x-1) \Rightarrow \mathbf{y = 2x - 2}$

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

פתרון שאלה מס' 5

א. $f(x)=x^3-15x^2+63x-54 \Rightarrow f'(x)=3x^2-30x+63=0 \Rightarrow x=3, x=7$

$f(3)=3^3-15\cdot 3^2+63\cdot 3-54=27 \;, f(7)=7^3-15\cdot 7^2+63\cdot 7-54=-5$

מתקבלות הנקודות **A(3;27) - נקודת המקסימום , B(7;-5) – נקודת המינימום**

ב. 1) שיפוע הישר העובר דרך הנקודות A(3;27) ו- C(8;2) הוא $m=\frac{27-2}{3-8}=-5$

ומשוואת הישר : $y-2=-5(x-8) \Rightarrow \mathbf{y=-5x+42}$

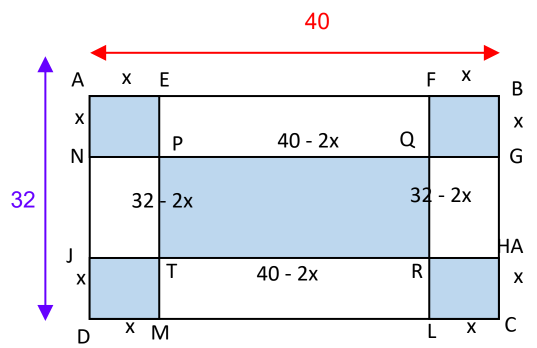
2) $S=\int_3^8\left((-5x+42)-(x^3-15x^2+63x-54)\right)dx=$

$\int_3^8\left(-5x+42-x^3+15x^2-63x+54\right)dx=\int_3^8\left(-x^3+15x^2-68x+96\right)dx=$

$\left[-\frac{x^4}{4}+\frac{15x^3}{3}-\frac{68x^2}{2}+96x\right]_3^8=\left[-\frac{x^4}{4}+5x^3-34x^2+96x\right]_3^8=$

$=(-\frac{8^4}{4}+5\cdot 8^3-34\cdot 8^2+96\cdot 8)-(-\frac{3^4}{4}+5\cdot 3^3-34\cdot 3^2+96\cdot 3)=128-96.75=\mathbf{31.25}$

פתרון שאלה מס' 6



א. בעזרת הנתונים המסומנים בציור מקבלים:

$PT = QR = 32 - 2x \;,\; PQ = TR = 40 - 2x$

שטח המלבן PQRT :

$(40-2x)(32-2x)=1280-64x-80x+4x^2=$

$=\mathbf{4x^2-144x+1280}$

ב. $S=4x^2-144x+1280+4\cdot x^2 \Rightarrow \mathbf{S=8x^2-144x+1280}$

ג. $S=8x^2-144x+1280 \Rightarrow S'=16x-144=0 \Rightarrow 16x=144 \Rightarrow x=9$

x	8	9	10
y '	-	0	+
y	↘	מינימום	↗

קיבלנו: השטח הצבוע מינימלי עבור **x = 9** .

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

מבחן מס' 2

פתרון שאלה מס' 1

א.

מספר שקיות תפוצ'יפס	מספר שקיות ביסלי	סך הכול
y	$1.5y$	10

מקבלים : $y + 1.5y = 10 \Rightarrow 2.5y = 10 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow 1.5y = 6 \Rightarrow$

יונתן קנה **4 שקיות תפוצ'יפס ו- 6 שקיות ביסלי**

ב. אם מחיר שקית ביסלי לפני ההנחה הוא x , אז המחיר לאחר הנחה של 15% הוא:

$$\frac{100 - 15}{100} \cdot x = \frac{85}{100} \cdot x = \mathbf{0.85x}$$

ג.

	סוג החטיף	מספר שקיות	מחיר כל שקית	מחיר כולל
לפני ההנחה	ביסלי	4	x	$4x$
אחרי ההנחה	ביסלי	4	$0.85x$	$4 \cdot 0.85x = 3.4x$
	תפוצ'יפס	6	$x - 2$	$6(x-2)$

מתקבלת המשוואה $\Rightarrow$ $3.4x + 6x - 12 = 100.8$ $\Rightarrow$ $3.4x + 6(x - 2) = 100.8$

$$9.4x = 112.8 \Rightarrow \mathbf{x = 12}$$

ד.

	סוג החטיף	מספר שקיות	מחיר כל שקית	מחיר כולל
לפני ההנחה	ביסלי	4	12	48
	תפוצ'יפס	6	10	60
אחרי ההנחה	ביסלי	4	$0.85x = 10.2$	$4 \cdot 10.2x = 40.8$
	תפוצ'יפס	6	10	60

המחיר הכולל <u>לפני</u> ההנחה הוא ש"ח $48 + 60 = 108$

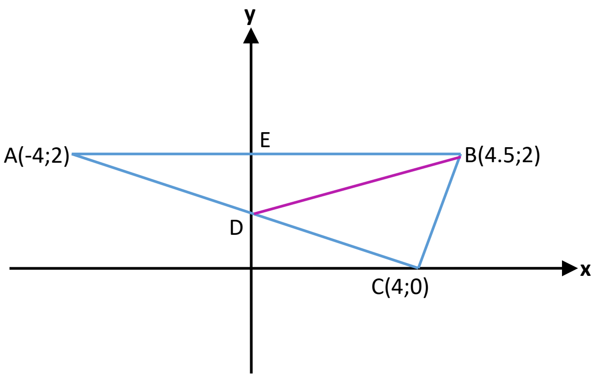
המחיר הכולל <u>אחרי</u> ההנחה הוא ש"ח $40.8 + 60 = 100.8$

חישוב ההנחה: $108 - 100.8 = 7.2$

נחשב את האחוז שמהווה ההנחה מן המחיר המקורי: $\frac{7.2}{108} \cdot 100\% = \mathbf{6\frac{2}{3}\%}$

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

פתרון שאלה מס' 2



א. 1) הנקודה C היא נקודת החיתוך של הישר $y=-\frac{1}{4}x+1$

עם ציר ה- x לכן $y_C=0$. מקבלים:

$0=-\frac{1}{4}x+1\Rightarrow\frac{1}{4}x=1\Rightarrow\mathbf{C(4;0)}$

2) נתון $y_A=2$, לכן:

$2=-\frac{1}{4}x+1\Rightarrow\frac{1}{4}x=-1\Rightarrow x=-4\Rightarrow\mathbf{x_A=-4}\Rightarrow A(-4;2)$

ב. 1) הצלע AB מקבילה לציר ה- x לכן שיעור ה- y של הנקודה B שווה לשיעור ה- y של הנקודה A ,

כלומר, $\mathbf{y_B=2}$

2) $B(4.5;2)\Leftarrow$

$m_{BC}=\frac{2-0}{4.5-4}=\frac{2}{0.5}=4\ ,\ m_{AC}=-\frac{1}{4}\Rightarrow m_{BC}\cdot m_{AC}=-1\Rightarrow BC\perp AC$

ג. 1) הישר $y=-\frac{1}{4}x+1$ חותך את ציר ה- y בנקודה D לכן: $y=-\frac{1}{4}\cdot0+1=1\Leftarrow\mathbf{D(0;1)}$

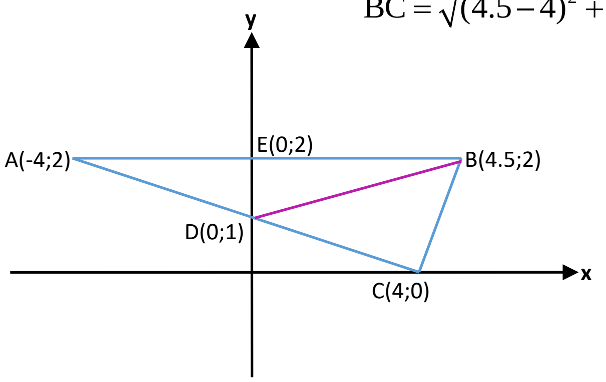
2) אמצע הקטע AC : הנקודה D(0;1) היא אמצע הצלע AC $x=\frac{-4+4}{2}=0\ ,\ y=\frac{2+0}{2}=1\Rightarrow$

3) BC מאונך ל- CD לכן $S_{\Delta BCD}=\frac{BC\cdot CD}{2}$.

נחשב את אורכי הקטעים BC ו- CD :

$BC=\sqrt{(4.5-4)^2+(2-0)^2}=\frac{\sqrt{17}}{2},\ CD=\sqrt{(0-4)^2+(1-0)^2}=\sqrt{17}$

$\Rightarrow S_{\Delta BCD}=\frac{\frac{\sqrt{17}}{2}\cdot\sqrt{17}}{2}=\mathbf{4.25}$



ד. הצלע AB מקבילה לציר ה- x לכן שיעור ה- y

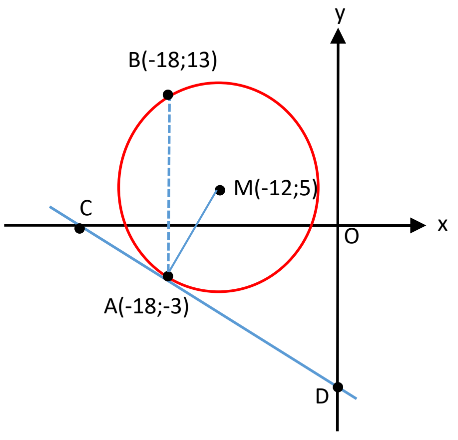
של הנקודה E הוא 2 : E(0;2).

מקבלים : ED = 2 – 1 = 1 , EB = 4.5 – 0 = 4.5

שטח המשולש ישר הזווית EBD הוא $S_{\Delta EBD}=\frac{4.5\cdot1}{2}=2.25$ $\Leftarrow S_{BCDE}=2.25+4.25=\mathbf{6.5}$

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

פתרון שאלה מס' 3



א. 1) MA הוא רדיוס המעגל, לכן נחשב את אורך הקטע MA :

$$R = \sqrt{(-12+18)^2+(5+3)^2} \Rightarrow \mathbf{R = 10}$$

2) משוואת המעגל שמרכזו M(-12;5) ורדיוסו 10 :

$$\mathbf{(x+12)^2+(y-5)^2 = 100}$$

ב. AB מקביל לציר ה- y לכן שיעור ה- x של הנקודה B שווה לשיעור ה- x של הנקודה A : x = - 18 . הנקודה B נמצאת על המעגל לכן נציב x = - 18 במשוואת המעגל:

$$(-18+12)^2+(y-5)^2=100 \Rightarrow 36+(y-5)^2=100 \Rightarrow (y-5)^2=64$$

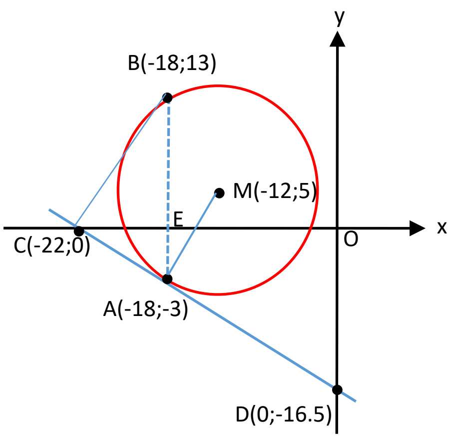
$$\Rightarrow y-5=\pm 8 \Rightarrow y=13\ ,\ y=-3$$

מתקבלות הנקודות (-18;13) ו- (-18;-3). היות ונתון A(-18;-3) , מקבלים: **B(-18;13)**

ג. 1)
$$m_{AM} = \frac{5+3}{-12+18} = \frac{8}{6} = \mathbf{\frac{4}{3}}$$

2) המשיק מאונך לרדיוס לכן : $\frac{4}{3}\cdot m = -1 \Rightarrow m = -\frac{3}{4}$

מתקבלת המשוואה: $y+3 = -\frac{3}{4}(x+18) \Rightarrow \mathbf{y = -\frac{3}{4}x - 16.5}$



3)

נמצא את הנקודה C – נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x :

$$0 = -\frac{3}{4}x - 16.5 \Rightarrow \frac{3}{4}x = -16.5 \Rightarrow x = -22 \Rightarrow C(-22;0)$$

אורך הצלע AB : AB = 13 – (-3) = 16

אורך הגובה לצלע AB (הקטע CE בסרטוט) : CE = -18 - (-22) = 4

לכן שטח המשולש ABC : $\frac{16\cdot 4}{2} = \mathbf{32}$

4) נמצא את שיעורי הנקודה D :

$y = -\frac{3}{4}\cdot 0 - 16.5 = -16.5 \Rightarrow D(0;-16.5)$. מקבלים:

OD = 16.5 , CO = 22 . נחשב את אורך הקטע CD :

$$CD = \sqrt{(-22-0)^2+(0+16.5)^2} = 27.5$$

היקף המשולש COD : 22 + 16.5 + 27.5 = **66**

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

פתרון שאלה מס' 4

א. תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x) = x - 2\sqrt{x} - 3$ הוא $\mathbf{x \geq 0}$

ב. $f(0) = 0 - 2\sqrt{0} - 3 = -3 \Rightarrow \mathbf{(0;-3)}$.

ג. $f'(x) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 1 - \frac{2}{2\sqrt{x}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow$

$\sqrt{x} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1 - 2\sqrt{1} - 3 = -4 \Rightarrow$

מתקבלת הנקודה **(1;-4)** **מינימום**

x	x <	0	< x <	1	< x
f '(x)			-	0	+
f x)			↘	מינימום	↗

ד. הפונקציה מוגדרת בתחום $x \geq 0$, הנקודה (0;-3) היא נקודת הקצה של הפונקציה והנקודה (1;-4) היא נקודת מינימום של הפונקציה, הפונקציה יורדת בתחום $0 < x < 1$ ועולה בתחום $x > 1$

לכן, הגרף המתאים הוא **גרף IV**.

ה. 1) נציב $x = 9$ במשוואת הפונקציה ונקבל: $f(9) = 9 - 2\sqrt{9} - 3 = 0 \Leftarrow$

הנקודה (9;0) נמצאת על גרף הפונקציה.

2) נמצא את שיפוע המשיק:

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(9) = 1 - \frac{1}{\sqrt{9}} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

משוואת המשיק היא: $y - 0 = \frac{2}{3}(x - 9) \Rightarrow \mathbf{y = \frac{2}{3}x - 6}$

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

פתרון שאלה מס' 5

א. $f(x)=-x^3+18x^2-96x+128 \Rightarrow f'(x)=-3x^2+36x-96=0 \Rightarrow x=8, x=4$

$f(8)=-8^3+18\cdot 8^2-96\cdot 8+128=0$, $f(4)=-4^3+18\cdot 4^2-96\cdot 4+128=-32$

התקבלו הנקודות **A(4;-32) נקודת מקסימום , נקודת מינימום B(8;0)**

ב. נציב את שיעורי הנקודות ונבדוק :

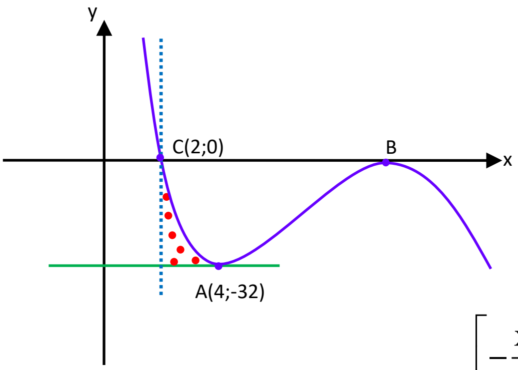
הנקודה (3;0) לא מתאימה $f(3)=-3^3+18\cdot 3^2-96\cdot 3+128=-25\neq 0 \Rightarrow$

זאת הנקודה B ולא C $f(8)=0 \Rightarrow (8;0) \Rightarrow$

הנקודה **(2;0)** מתאימה להיות C $f(2)=-2^3+18\cdot 2^2-96\cdot 2+128=0 \Rightarrow$

הנקודה (1;0) לא מתאימה $f(1)=-1^3+18\cdot 1^2-96\cdot 1+128=49\neq 0 \Rightarrow$

ג. המשיק לגרף הפונקציה f(x) בנקודת המינימום שלה A(4;-32)
הוא הישר y = - 32 . מקבלים :



$$S=\int_2^4\left((-x^3+18x^2-96x+128)-(-32)\right)dx=$$

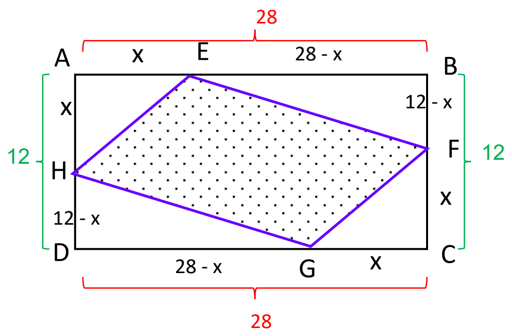
$$\int_2^4\left(-x^3+18x^2-96x+160\right)dx=$$

$$\left[-\frac{x^4}{4}+\frac{18x^3}{3}-\frac{96x^2}{2}+160x\right]_2^4=\left[-\frac{x^4}{4}+6x^3-48x^2+160x\right]_2^4=$$

$$=(-\frac{4^4}{4}+6\cdot 4^3-48\cdot 4^2+160\cdot 4)-(-\frac{2^4}{4}+6\cdot 2^3-48\cdot 2^2+160\cdot 2)=192-172=\mathbf{20}$$

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד

פתרון שאלה מס' 6



א. 1) על פי הנתונים המסומנים בציור מקבלים:

$$\mathbf{BF = 12 - x \quad , \quad EB = 28 - x}$$

2) $AE = AH = FC = CG = x$ לכן :

$$\mathbf{S_{\Delta AEH} = S_{\Delta FCG} = \frac{x^2}{2}}$$

$$\mathbf{S_{\Delta EBF} = S_{\Delta HDG} = \frac{(28 - x)(12 - x)}{2}}$$

3) נקבל את שטח המרובע EFGH על-ידי חיסור שטחי ארבעת המשולשים EBF , FCG , AEH ו- HDG משטח המלבן ABCD .

שטח המלבן ABCD הוא $28 \cdot 12 = 336$.

סכום שטחי ארבעת המשולשים EBF , FCG , AEH ו- HDG הוא:

$$2 \cdot \frac{x^2}{2} + 2 \cdot \frac{(28 - x)(12 - x)}{2} = x^2 + (28 - x)(12 - x) =$$

$$= x^2 + 336 - 28x - 12x + x^2 = 2x^2 + 336 - 40x$$

מקבלים : שטח המרובע EFGH הוא :

$$336 - \left(2x^2 + 336 - 40x\right) = 336 - 2x^2 - 336 + 40x \Rightarrow \mathbf{S_{EFGH} = -2x^2 + 40x}$$

ב. נמצא את נקודת המקסימום של הפונקציה $y = -2x^2 + 40x$:

$$y' = -4x + 40 = 0 \Rightarrow 4x = 40 \Rightarrow x = 10$$

x	8	10	11
y '	+	0	-
y	↗	מקסימום	↘

קיבלנו:

שטח המרובע EFGH מקסימלי עבור **x = 10** .

© כל הזכויות שמורות לאדית כהן ומריאן רוזנפלד