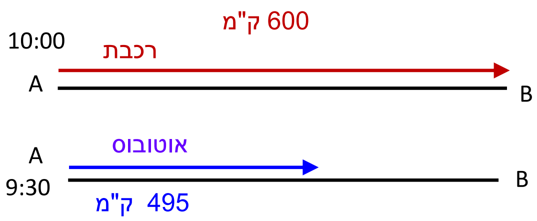
מבחן מתכונת מס' 1

פתרון שאלה מס' 1



א. נסמן את מהירות הנסיעה של הרכבת ב- x ואת זמן הנסיעה שלה מעיר A לעיר B נסמן ב- t .

ארגון הנתונים בטבלה:

	מהירות קמ"ש	זמן שעות	דרך ק"מ
רכבת	x	t	600
אוטובוס	$x - 30$	$t + 0.5$	495

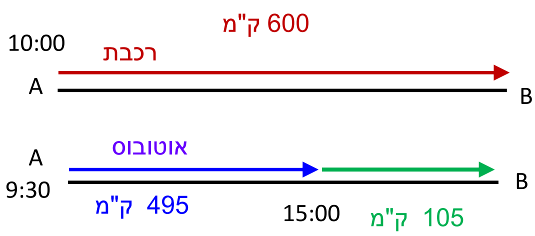
מתקבלת מערכת המשוואות: I. $xt = 600$ ו- $(x - 30)(t + 0.5) = 495$. מקבלים:

$$xt + 0.5x - 30t - 15 = 495 \Rightarrow 600 + 0.5x - 30t - 15 = 495 \Rightarrow 0.5x = 30t - 90 \Rightarrow$$

$$x = 60t - 180 \Rightarrow t(60t - 180) = 600 \Rightarrow 60t(t - 3) = 600 \Rightarrow t(t - 3) = 10 \Rightarrow$$

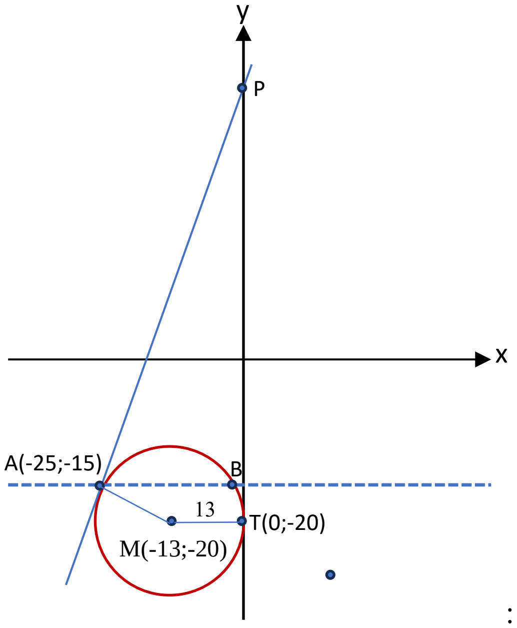
$$t^2 - 3t - 10 = 0 \Rightarrow t = 5, t = -2, t > 0 \Rightarrow t = 5 \Rightarrow x = 60 \cdot 5 - 180 = 120 \Rightarrow$$

מהירות הנסיעה של הרכבת הייתה 120 קמ"ש ומהירות הנסיעה של האוטובוס הייתה 90 קמ"ש



ב. הרכבת הגיעה לעיר B כעבור 5 שעות נסיעה, כלומר, בשעה 15:00. בשעה זו , האוטובוס היה במרחק 105 ק"מ $= 600 - 495$ מעיר B.
מהירותו הקודמת של האוטובוס הייתה 90 קמ"ש לכן, מהירותו בקטע השני של הנסיעה הייתה 75 קמ"ש . אם כן זמן הנסיעה של האוטובוס בקטע זה הוא 1.4 שעות $= \frac{105}{75}$, כלומר , שעה ו- 24 דקות. מקבלים: האוטובוס הגיע לעיר B **בשעה 16:24**

פתרון שאלה מס' 2



א. 1) המעגל משיק לציר ה- y בנקודה T(0;-20) לכן הרדיוס MT מאונך לציר ה- y ואורכו 13 .

מקבלים: **M(-13;-20)**

2) משוואת המעגל M :

$$\mathbf{(x+13)^2+(y+20)^2=169}$$

ב. 1) נקודות החיתוך של המעגל עם הישר y = - 15 :

$$(x+13)^2+(-15+20)^2=169 \Rightarrow$$

$$x^2+26x+169+25=169 \Rightarrow x^2+26x+25=0 \Rightarrow$$

$$x=-1,\ x=-25 \Rightarrow \mathbf{A(-25;-15)},\ \mathbf{B(-1;-15)}$$

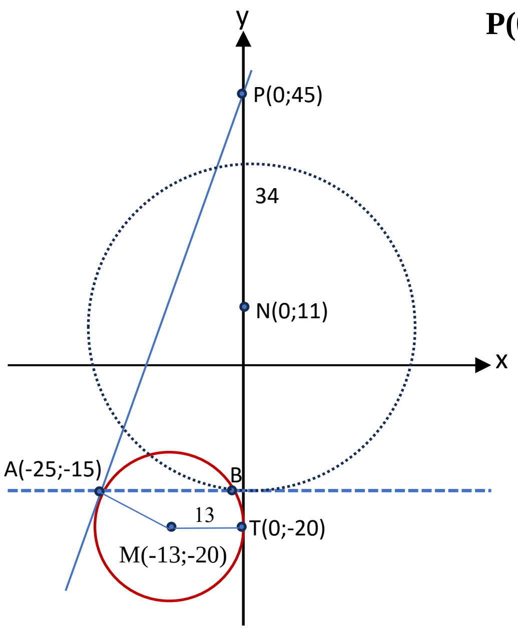
2) המשיק למעגל בנקודה A מאונך לרדיוס AM .

שיפוע הקטע AM : $m_{AM}=\frac{-15+20}{-25+13}=-\frac{5}{12} \Rightarrow$

שיפוע המשיק הוא: $\frac{12}{5}=2.4$. משוואת המשיק למעגל בנקודה A :

$$y+15=2.4(x+25) \Rightarrow \mathbf{y=2.4x+45}$$

3) נציב x = 0 במשוואת המשיק ונקבל y = 45 . לכן: **P(0;45)**



ג. 1) אורך הקטע PN הוא 34 , לכן. שיעור ה- y של הנקודה N קטן ב- 34 יחידות משיעור ה- y של הנקודה P

$(y_N=45-34=11)$. מקבלים: N(0;11)

המעגל משיק לישר y = - 15 לכן אורך רדיוס המעגל הוא 26 = 15 + 11. מתקבל המעגל:

$$\mathbf{x^2+(y-11)^2=676}$$

2) $MN=\sqrt{(0+13)^2+(11+20)^2}=\sqrt{1130}=\mathbf{33.615}$

3) אם המעגלים משיקים זה לזה מבחוץ, אז המרחק בין המרכזים שווה לסכום הרדיוסים . $26+13=39\neq 33.615$

לכן , המעגלים לא משיקים זה לזה ($39>33.615$ לכן המעגלים נחתכים)

פתרון שאלה מס' 3

א. נסמן: A - קבוצת יושבי המטוס הדוברים עברית , $\bar{A}$ - קבוצת יושבי המטוס שאינם דוברי עברית,
B – קבוצת היושבים במחלקת עסקים , $\bar{B}$ - קבוצת היושבים במחלקת תיירים

נתון: $P(A) = 0.6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0.4$, $P(B) = P(\bar{B}) - 0.3 \Rightarrow$

נסמן: $P(\bar{B}) = x \Rightarrow P(B) = x - 0.3$, $P(A/B) = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{7}$

	$\bar{A}$	A	
$x-0.3$			B
x			$\bar{B}$
1	0.4	0.6	

$x + x - 0.3 = 1 \Rightarrow 2x = 1.3 \Rightarrow x = 0.65$. מקבלים:

	$\bar{A}$	A	
0.35			B
0.65			$\bar{B}$
1	0.4	0.6	

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.35} = \frac{3}{7} \Rightarrow P(A \cap B) = \mathbf{0.15}$$

ב. נוכל להשלים את הטבלה:

	$\bar{A}$	A	
0.35	0.2	0.15	B
0.65	0.2	0,45	$\bar{B}$
1	0.4	0.6	

צריך לחשב הסתברות מותנית: $P(B/A)$.

חישוב : $P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.15}{0.6} = \mathbf{\frac{1}{4}}$

ג. צריך לחשב: $P(B \cup A)$.

חישוב : $P(B \cup A) = P(B) + P(A) - P(B \cap A) = 0.35 + 0.6 - 0.15 = \mathbf{0.8}$

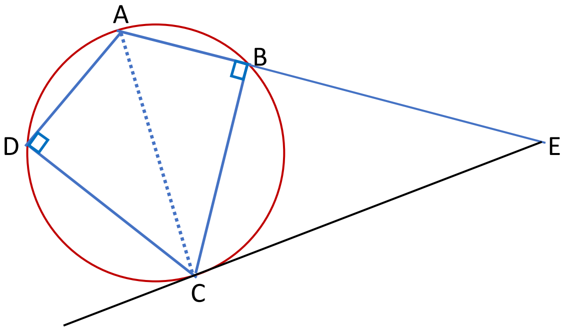
או בדרך אחרת: $P(B \cup A) = 1 - P(\bar{B} \cap \bar{A}) = 1 - 0.2 = \mathbf{0.8}$

ד. 1) נסמן ב- N את מספר כל יושבי המטוס . נקבל:

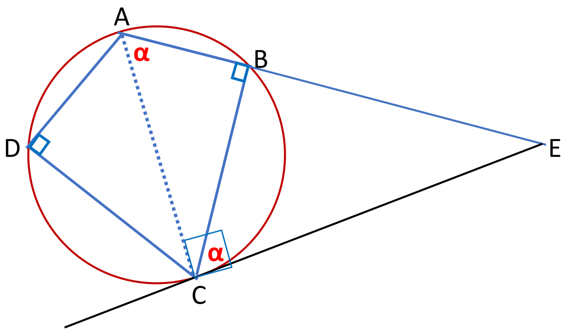
$$\frac{90}{N} = p(A \cap \bar{B}) \Rightarrow \frac{90}{N} = 0.45 \Rightarrow 0.45N = 90 \Rightarrow N = \mathbf{200}$$

2) ההסתברות שהראשון הוא דובר עברית שישב במחלקת תיירים היא $\frac{90}{200}$, ההסתברות שגם השני הוא דובר עברית שישב במחלקת תיירים היא $\frac{90}{200}\cdot\frac{89}{199}=\mathbf{\frac{601}{3890}}\approx \mathbf{0.201}$

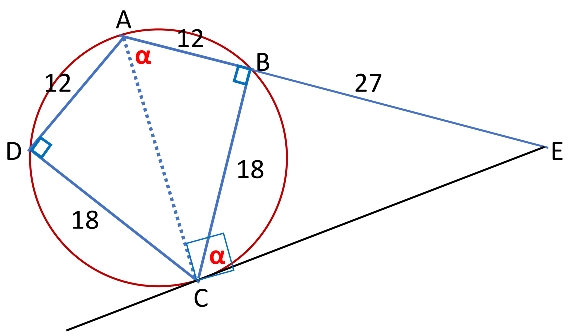
פתרון שאלה מס' 4



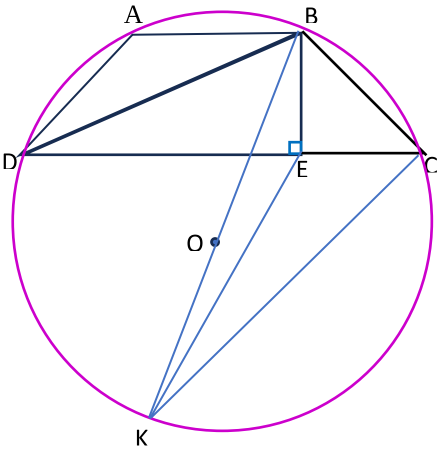
	טענה	נימוק
	טענה	נימוק
א.	ABCD חסום במעגל	נתון
	$\Rightarrow \sphericalangle ABC + \sphericalangle ADC = 180^\circ$	סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל הוא 180°
	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$	הזוויות שבצידי האלכסון המשני בדלתון שוות זו לזו
	$\Rightarrow \sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 90^\circ$	חישוב
	$\Rightarrow$ AC קוטר במעגל	מיתר עליו נשענת זווית היקפית ישרה , הוא קוטר במעגל
ב.	CE משיק למעגל בנקודה C	נתון
	$\Rightarrow AC \perp CE$	הקוטר מאונך למשיק בנקודת ההשקה
	$\Rightarrow \sphericalangle ACE = 90^\circ$	ישרים מאונכים יוצרים זוויות ישרות
	$\sphericalangle CBE = 90^\circ$	משלימה את $\sphericalangle ABC$ לזווית שטוחה
	$\Rightarrow \sphericalangle ACE = \sphericalangle CBE = 90^\circ$	
	$\sphericalangle BCE = \sphericalangle CAB$	זווית בין משיק למיתר
	$\Rightarrow \Delta CBE \sim \Delta ABC$	משפט דמיון ז.ז.
ג.	$\frac{CB}{AB}=\frac{BE}{BC}=\frac{CE}{AC}$	יחס צלעות מתאימות במשולשים דומים



(1	$\frac{S_{\Delta CBE}}{S_{\Delta ABC}}=2.25$	נתון
	$\Rightarrow\left(\frac{CB}{AB}\right)^2=2.25$	יחס השטחים של משולשים דומים שווה לריבוע יחס הצלעות המתאימות
	$AB=12\Rightarrow\frac{CB}{12}=\sqrt{2.25}=1.5$	חישוב
	$\Rightarrow BC=\mathbf{18}$	
(2	$\frac{CB}{AB}=\frac{BE}{BC}$	יחס הדמיון
	$\Rightarrow(BC)^2=AB\cdot BE$ $\Rightarrow 18^2=12\cdot BE\Rightarrow BE=\mathbf{27}$	חישוב
(3	$AB=AD=12$ $BC=DC=18$ $\Rightarrow P_{ABCD}=2(12+18)=\mathbf{60}$	חישוב היקף
(4	$S_{ABCD}=2\cdot S_{\Delta ABC}=2\cdot\frac{12\cdot 18}{2}=\mathbf{216}$	
(5	$S_{ABCD}=\frac{AC\cdot BD}{2}=216$	שטח מרובע שאלכסוניו מאונכים זה לזה שווה למחצית מכפלת האלכסונים
	$AC^2=AB^2+BC^2\Rightarrow$ $\Rightarrow AC=\sqrt{12^2+18^2}=6\sqrt{13}$	משפט פיתאגורס במשולש ישר-זווית ABC
	$\Rightarrow\frac{6\sqrt{13}\cdot BD}{2}=216\Rightarrow$	
	$\Rightarrow BD=\frac{\mathbf{72\sqrt{13}}}{\mathbf{13}}=\mathbf{19.97}$	



פתרון שאלה מס' 5



א. $\sphericalangle ABD = \sphericalangle BDC \Leftarrow AB \parallel DC$ (זוויות מתחלפות שוות)

$AD = BC \Leftarrow$ (זוויות היקפיות שוות נשענות על מיתרים שווים)

ב. 1) נסמן : $BE = x \Leftarrow DE = 2.15x$.

במשולש ישר זווית BDE נקבל:

$$\tan\sphericalangle BDE = \frac{x}{2.15x} = \frac{1}{2.15} \Rightarrow \sphericalangle \mathbf{BDC = 24.94^o}$$

2) נתון: $AB = BC \Leftarrow$ $\sphericalangle BDC = \sphericalangle ADB \Rightarrow \sphericalangle \mathbf{ADB = 24.94^o}$

(זוויות היקפיות הנשענות על קשתות שוות)

זוויות מתחלפות) $AB \parallel DC \Rightarrow \sphericalangle ABD = \sphericalangle BDC \Rightarrow$

שוות בין ישרים מקבילים) $\Leftarrow \sphericalangle \mathbf{ABD = 24.94^o}$

$\Leftarrow \sphericalangle \mathbf{DAB = 130.12^o}$ (סכום זוויות במשולש ADB)

ג. 1) נתון : $BD = 95$ לכן , במשולש ADB נקבל :

$$\frac{95}{\sin 130.12^\circ} = 2R \Rightarrow \mathbf{R = 62.12}$$

2) במשולש שווה- שוקיים ADB :

$$\frac{AD}{\sin 24.94^o} = 2R \Rightarrow \frac{AD}{\sin 24.94^o} = 124.24 \Rightarrow AD = 52.39 \Rightarrow AB = BC = 52.39$$

במשולש DBE :

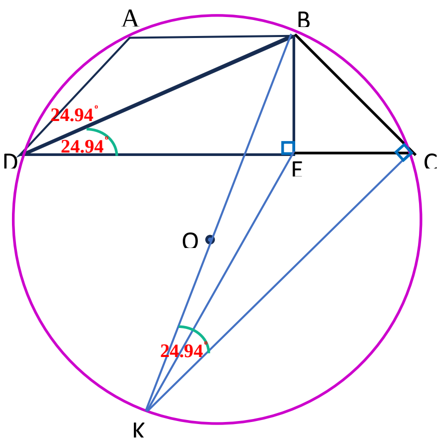
$$\frac{BE}{95} = \sin 24.94^o \Rightarrow BE = 40.06 \Rightarrow DE = 40.06 \cdot 2.15 = 86.13$$

במשולש BEC :

$$EC^2 = BC^2 - BE^2 = 52.39^2 - 40.06^2 = 1139.9 \Rightarrow EC = 33.76 \Rightarrow DC = 119.89$$

היקף הטרפז ABCD : $3 \cdot 52.39 + 119.89 = \mathbf{277.06}$

3) שטח הטרפז : $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot BE}{2} = \frac{(52.39 + 119.89) \cdot 40.06}{2} = \mathbf{3450.77}$



ד. 1) BK קוטר במעגל , לכן $\sphericalangle BCK = 90^\circ$ (זווית היקפית הנשענת על קוטר).

$\sphericalangle \mathbf{BKC} = \sphericalangle BDC = \mathbf{24.94^o}$ (זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת שווה זו לזו)

$\sphericalangle \mathbf{KBC} = 90^o - 24.94^o = \mathbf{65.06^o}$ (חישוב זוויות במשולש BKC.

במשולש ישר – זווית BEC :

$\sphericalangle BCD = \sphericalangle ADC = 2 \cdot 24.94^o = 49.88^o \Rightarrow \sphericalangle EBC = 40.12^o$

$\sphericalangle \mathbf{KBE} = \sphericalangle KBC - \sphericalangle EBC = 65.06^o - 40.12^o = \mathbf{24.94^o}$

2) במשולש BEK :

$\sphericalangle KBE = 24.94^o$, $BK = 2R = 124.24$, $BE = 40.06$ מ . קבלים:

$KE^2 = 124.24^2 + 40.06^2 - 2 \cdot 124.24 \cdot 40.06 \cdot \cos 24.94^\circ = 8014.49 \Rightarrow \mathbf{KE = 89.52}$

פתרון שאלה מס' 6

א. 1) על פי גרף פונקציית הנגזרת f '(x) , **תחום החיוביות הוא : $0 < x < 2$**

ותחומי השליליות הם: $x < 0$, $x > 2$

(2

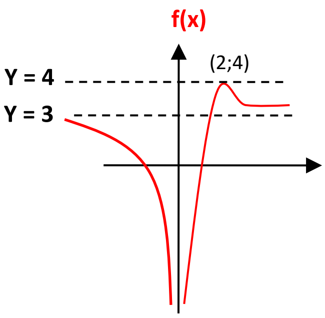
x	x <	0	< x <	2	< x
f '(x)	-		+	0	-
f(x)	↘		↗	Max	↘

בנקודה שבה $x = 2$ יש לפונקציה f(x) נקודת מקסימום

3) **גרף (2)**

הסבר: הפונקציה f(x) איננה מוגדרת עבור $x = 0$ לכן גרף (4) נפסל.

הפונקציה f(x) יורדת בתחום $x < 0$, לכן גרפים (1) ו- (3) נפסלים.



ב. על פי גרף הפונקציה , שני הישרים שחותכים את גרף הפונקציה f(x) הם האסימפטוטה לגרף הפונקציה המקבילה לציר ה- x והמשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה . על פי הנתון, הישר $y = 3$ הנו אסימפטוטה לגרף הפונקציה והנקודה (2;4) היא נקודת המקסימום שלה.

נבדוק אסימפטוטה מקבילה לציר ה- x ואת ערך הפונקציה עבור $x = 2$ בכל אחת מן הפונקציות הרשומות:

(1) $y = 3 + \frac{x^2 + 4x - 4}{x^2}$:

$$y(2) = 3 + \frac{2^2 + 4 \cdot 2 - 4}{2^2} = 5 \ , \quad x \to \pm\infty \Rightarrow y \ \to \ 3 + \frac{x^2}{x^2} \to 3 + 1 \Rightarrow y = 4$$

האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x היא $y = 4$ ו- $f(2) = 5$ לכן הביטוי אינו מתאים לנתונים.

(2) $y = 2 + \frac{x^2 - 4}{x^2}$:

$$y(2) = 2 + \frac{2^2 - 4}{2^2} = 2 \;,\quad x \to \pm\infty \Rightarrow y \;\to\; 2 + 1 \Rightarrow y = 3$$

לכן, גם ביטוי זה לא מתאים כי $f(2) \neq 4$.

(3) $y = 3 + \frac{4x - 4}{x^2}$:

$$y(2) = 3 + \frac{4 \cdot 2 - 4}{2^2} = 4 \;,\quad x \to \pm\infty \Rightarrow y \;\to\; 3 + 0 \Rightarrow y = 3$$

מתאים: הישר $y = 3$ הנו אסימפטוטה לגרף הפונקציה והנקודה (2;4) היא נקודת המקסימום של הפונקציה

ג. 1) מצאנו : (2;4) נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x) = 3 + \frac{4x - 4}{x^2}$.

בדיקה: $f'(x) = \frac{4 \cdot x^2 - 2x(4x - 4)}{x^4} = \frac{4x^2 - 8x^2 + 8x}{x^4} = \frac{-4x^2 + 8x}{x^4} = 0$

$$\Rightarrow -4x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x \neq 0,\, x = 2 \Rightarrow x = 2$$

2) **x = 0** אסימפטוטה מאונכת לציר ה- x , **y = 3** אסימפטוטה מאונכת לציר ה- y

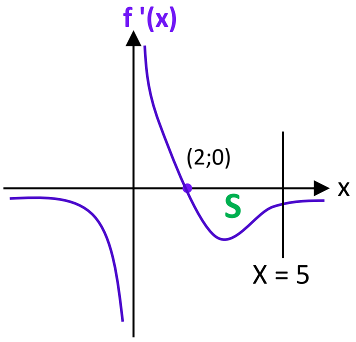
3) הפונקציה לא מוגדרת עבור $x = 0$ לכן אין לה נקודת חיתוך עם ציר ה- y .

על פי הגרף , יש לפונקציה שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- x :

$$0 = 3 + \frac{4x - 4}{x^2} \Rightarrow 3x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3},\, x = -2$$

מתקבלות הנקודות $\mathbf{(-2;0)\,,(\frac{2}{3};0)}$

ד. חישוב השטח המסומן בציור:



$$S = \int_2^5 -f'(x)dx = \left[-f(x)\right]_2^5 = -f(5) + f(2) = -\left(3 + \frac{4 \cdot 5 - 4}{5^2}\right) + 4 = \mathbf{0.36}$$

פתרון שאלה מס' 7

א. תחום ההגדרה: $2x+4\ge 0 \Rightarrow 2x \ge -4 \Rightarrow \mathbf{x \ge -2}$.

ב. נקודת החיתוך עם ציר ה- y : $f(0) = 5\cdot\sqrt{4} = 10 \Rightarrow \mathbf{(0;10)}$

חיתוך עם ציר ה- x : $\sqrt{2x+4} = 0$ או $0 = (x^2-2x+5)\sqrt{2x+4} \Rightarrow x^2-2x+5=0$

למשוואה $x^2-2x+5=0$ אין פתרון . פתרון המשוואה $\Leftarrow 2x+4=0 \Leftarrow x=-2$

מתקבלת הנקודה **(-2;0)**.

ג. $f(x) = (x^2-2x+5)\sqrt{2x+4} \Leftarrow$

$$f'(x) = (2x-2)\sqrt{2x+4} + (x^2-2x+5)\cdot\frac{2}{2\sqrt{2x+4}} =$$

$$= (2x-2)\sqrt{2x+4} + \frac{x^2-2x+5}{\sqrt{2x+4}} = \frac{(2x-2)(2x+4)+x^2-2x+5}{\sqrt{2x+4}} =$$

$$= \frac{4x^2+8x-4x-8+x^2-2x+5}{\sqrt{2x+4}} \Rightarrow f'(x) = \frac{5x^2+2x-3}{\sqrt{2x+4}} = 0 \Rightarrow$$

$5x^2+2x-3=0 \Rightarrow x=0.6\ ,\ x=-1$. שני הפתרונות נמצאים בתחום ההגדרה של הפונקציה.

מקבלים:

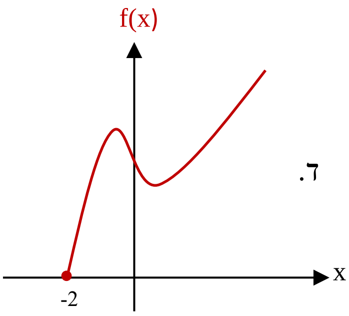
x	x <	-2	< x <	-1	< x <	0.6	< x
f '(x)			+	0	-	0	+
f(x)		min	↗	Max	↘	min	↗

$f(-2)=0\ ,\ f(-1)=8\sqrt{2}\approx 11.31\ ,f(0.6)=9.49$. מתקבלות הנקודות :

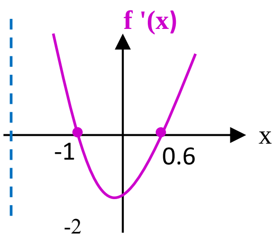
(-2;0) מינימום בקצה תחום ההגדרה ,

$(-1;8\sqrt{2})$ נקודת מקסימום , (0.6;9.49) נקודת מינימום

ד.



ה. לפונקציית הנגזרת $f'(x) = \dfrac{5x^2+2x-3}{\sqrt{2x+4}}$



יש בדיוק שתי נקודות אפס (-1;0) ו- (0.6;0)

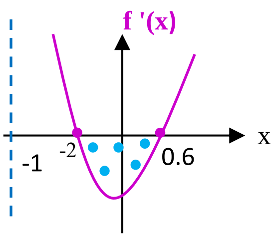
לכן גרף III אינו מתאים. הנגזרת חיובית

בתחום $-2 < x < -1$ ובתחום $x > 0.6$ ושלילית

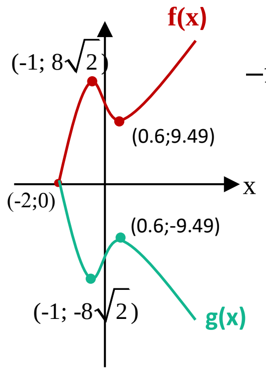
בתחום $-1 < x < 0.6$, לכן גם גרף I אינו מתאים.

גרף II מתאים להיות הגרף של f '(x) .

ו. $S = \int_{-1}^{0.6} -f'(x)d(x) = \left[-f(x)\right]_{-1}^{0.6} =$



$-f(0.6)+f(-1) = -9.49+8\sqrt{2} = \mathbf{1.82}$



ז. הפונקציה $g(x) = -f(x)$ היא שיקוף של גרף

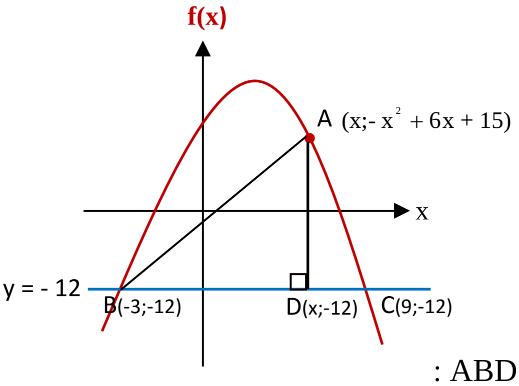
הפונקציה f(x) ביחס לציר ה- x :

מקבלים: **(-2;0) נקודת מקסימום,**

$(-1;-8\sqrt{2})$ נקודת מינימום ,

(0.6;- 9.49) נקודת מקסימום

פתרון שאלה מס' 8



א. נמצא את פתרונות המשוואה: $-x^2+6x+15=-12$

$\Rightarrow x^2-6x-27=0 \Rightarrow x=9\ ,\ x=-3$

מקבלים: **B(-3;-12) , C(9;-12)**.

ב. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה לכן נוכל נסמן: $A(x;-x^2+6x+15)$. AD מאונך לישר $y=-12$ לכן

מקבלים $D(x;-12)$.

פונקציית המטרה היא הפונקציה המתארת את שטח המשולש ABD :

$S=\frac{1}{2}\cdot BD\cdot AD$. על פי הנתונים מקבלים: $BD=x+3$,

$AD=-x^2+6x+15+12 \Rightarrow AD=-x^2+6x+27$. מקבלים:

$$S(x)=\frac{1}{2}(x+3)(-x^2+6x+27)=\frac{1}{2}(-x^3+6x^2+27x-3x^2+18x+81)\Rightarrow$$

$$S(x)=\frac{1}{2}(-x^3+3x^2+45x+81)\Rightarrow$$, x בתחום $-3<x<9$

$$S'(x)=\frac{1}{2}(-3x^2+6x+45)=0\Rightarrow$$

$$-3x^2+6x+45=0\Rightarrow x^2-2x-15=0\Rightarrow x=5\ ,\ x=-3$$

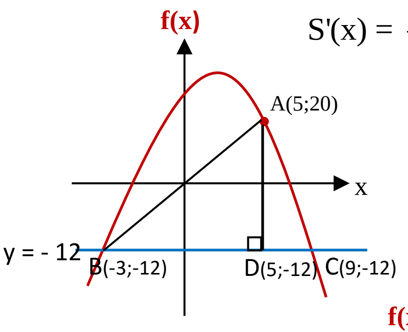
נתון: $-3<x<9$, לכן $x=5$.

x	-3	< x <	5	< x <	9
S '(x)		+	0	-	
S (x)		↗	max	↘	

מקבלים: שטח המשולש ABD מקסימלי כאשר $x=5$

אפשר גם בעזרת הנגזרת השנייה :

$$S'(x)=\frac{1}{2}(-3x^2+6x+45)\Rightarrow S''(x)=\frac{1}{2}(-6x+6)\Rightarrow S''(5)=\frac{1}{2}(-30+6)<0$$



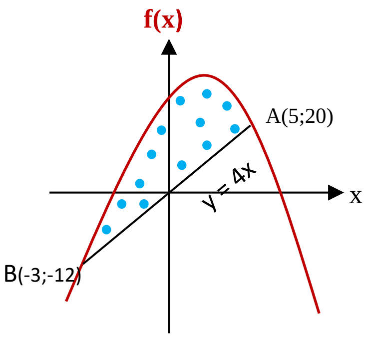
עבור $x=5$ מקבלים: **A(5;20)** כאשר שטח המשולש ABD מקסימלי.

ג. עבור $x=5$ מקבלים: $BD=8$, $AD=32$,

$$AB=\sqrt{(5+3)^2+(20+12)^2}=\sqrt{1088}=32.98$$

היקף המשולש ABD : **72.98**.

ד. משוואת הישר AB :



$$m=\frac{20+12}{5+3}=\frac{32}{8}=4\Rightarrow y-20=4(x-5)\Rightarrow y=4x$$

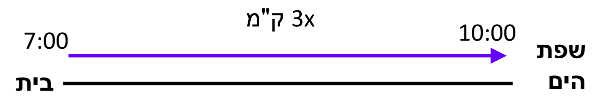
$$S=\int_{-3}^{5}(-x^2+6x+15-4x)dx=\int_{-3}^{5}(-x^2+2x+15)dx=$$

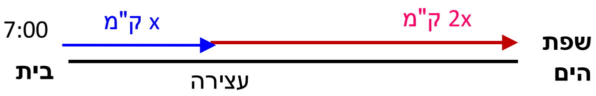
$$\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}+15x\right]_{-3}^{5}=\frac{175}{3}-(-27)=\mathbf{85\frac{1}{3}}$$

מבחן מתכונת מס' 2

פתרון שאלה מס' 1

א. נסמן ב- $3x$ את המרחק מביתו של דין עד לשפת הים ונסמן ב- v את מהירות הרכיבה הרגילה שלו. נקבל:





	מהירות קמ"ש	זמן שעות	דרך ק"מ
רגיל	v	2.5	$3x$
יום מיוחד	v	$\frac{x}{v}$	x
	0	0.25	0
	$v-3$	$\frac{2x}{v-3}$	$2x$

מקבלים: $2.5v = 3x \Rightarrow v = 1.2x$ וגם $\frac{x}{v} + 0.25 + \frac{2x}{v-3} = 3\frac{5}{60}$

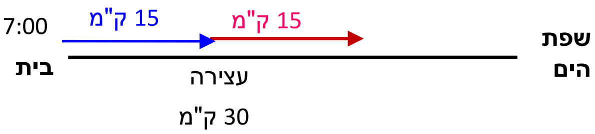
$$\Rightarrow \frac{x}{1.2x} + 0.25 + \frac{2x}{1.2x-3} = 3\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{5}{6} + 0.25 + \frac{2x}{1.2x-3} = 3\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{2x}{1.2x-3} = 2$$

$$\Rightarrow 2x = 2.4x - 6 \Rightarrow 0.4x = 6 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow 3x = 45 \Rightarrow$$

המרחק מביתו של דין עד לשפת הים הוא **45 ק"מ**.

ב. מהירות הרכיבה הרגילה של דין היא **18 קמ"ש** $\Leftarrow v = 1.2x \Rightarrow v = 1.2 \cdot 15 = 18$

ג.

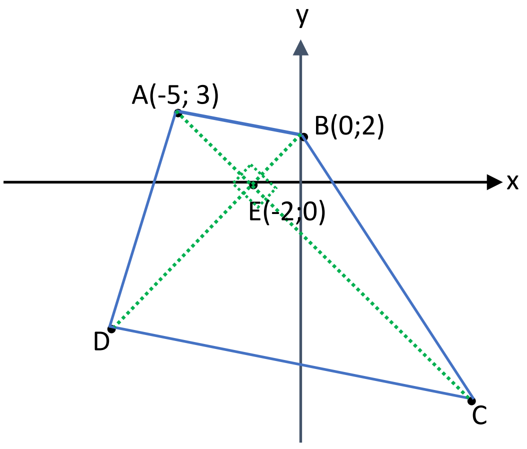


	מהירות קמ"ש	זמן שעות	דרך ק"מ
עד העצירה	18	$\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$	15
עצירה		$\frac{1}{4}$	
אחרי העצירה	15	1	15

סה"כ הזמן בו הגיע דין למרחק 30 ק"מ מביתו הוא $\frac{5}{6} + \frac{1}{4} + 1 = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$, כלומר

כעבור שעתיים וחמש דקות, **בשעה 9:05**

פתרון שאלה מס' 2



א. 1) אלכסוני הטרפז מאונכים זה לזה, לכן מכפלת השיפועים היא 1 - :

$m_{AC} \cdot m_{BD} = -1$.

$$m_{AC} = m_{AE} = \frac{3-0}{-5+2} = -1 \Rightarrow m_{BD} = 1$$

הנקודה E נמצאת על האלכסון BD לכן משוואת הישר BD :

$$y - 0 = 1(x+2) \Rightarrow \mathbf{y = x + 2}$$

2) הנקודה B נמצאת על ציר ה- y לכן **B(0;2)**

ב. נתון: $DE = 3BE$. נחשב את אורך הקטע BE :

$$BE = \sqrt{(0+2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad \Leftarrow \quad DE = 3\sqrt{8} = 6\sqrt{2} .$$

הנקודה D נמצאת על הישר BD שמשוואתו $y = x + 2$ לכן נוכל לסמן : $D(x;x+2)$.

נחשב את אורך הקטע DE :

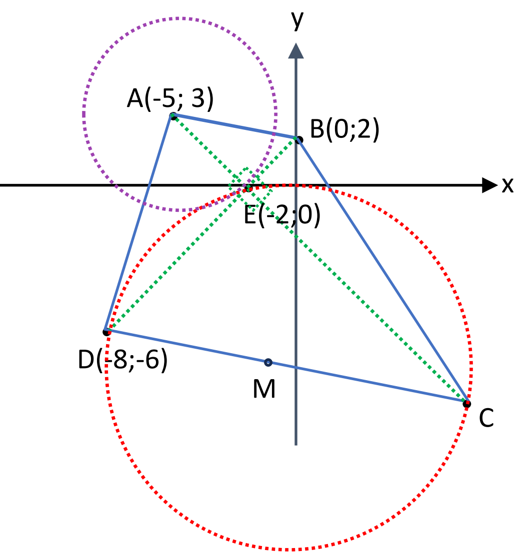
נקבל: $\sqrt{(x+2)^2 + (x+2-0)^2} = 6\sqrt{2} \Leftarrow \sqrt{2(x+2)^2} = 6\sqrt{2} \Leftarrow$

$$2(x+2)^2 = 72 \Rightarrow (x+2)^2 = 36 \Rightarrow x+2 = \pm 6 \Rightarrow x = 4, x = -8$$

הנקודה D נמצאת ברביע השלישי , לכן, $x = -8 \Leftarrow y = -6$. מקבלים : **D(-8;-6)**

ג. 1) $AB \parallel CD$ לכן $m_{AB} = m_{DC} = \frac{3-2}{-5-0} = -\frac{1}{5}$.

משוואת הישר DC : $y + 6 = -\frac{1}{5}(x+8) \Rightarrow \mathbf{y = -\frac{1}{5}x - 7.6}$



2) נמצא את שיעורי הנקודה C , שהנה נקודת החיתוך של

הישרים DC ו- AC . $m_{AC} = -1 \Leftarrow$ משוואת הישר AC :

$y - 0 = -1(x+2) \Rightarrow AC: y = -x - 2$. מציאת C :

$$-\frac{1}{5}x - 7.6 = -x - 2 \Rightarrow 0.8x = 5.6 \Rightarrow$$

$x = 7 \Rightarrow y = -7 - 2 = -9$. קיבלנו : **C(7;-9)**.

3) $\sphericalangle DEC = 90^\circ$, המשולש DEC הוא ישר-זווית לכן היתר DC

הוא קוטר המעגל ו- M , אמצע היתר , הוא מרכז המעגל.

אמצע הקוטר DC :

$$x_M = \frac{-8+7}{2} = -0.5 , \; y_M = \frac{-6-9}{2} = -7.5 \Rightarrow M(-0.5;-7.5)$$

אורך רדיוס המעגל: $R = \sqrt{(-8+0.5)^2 + (-6+7.5)^2} = \sqrt{58.5} \Rightarrow$

משוואת המעגל החוסם את המשולש DEC : $(x+0.5)^2+(y+7.5)^2=58.5$

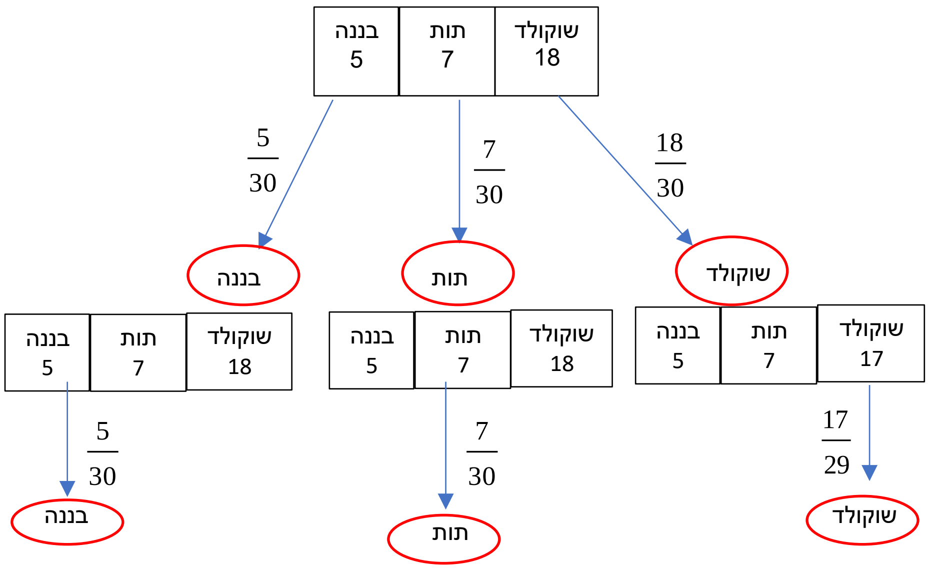
ד. האלכסון BD משיק למעגל שמרכזו A(-5;3) הקטע AE ומאונך למשיק בנקודה E לכן AE הוא המרחק של המשיק ממרכז המעגל , כלומר , הוא שווה לרדיוס המעגל :

$r=\sqrt{18}=\sqrt{(-5+2)^2+(3-0)^2}=$ AE. משוואת המעגל היא:

$(x+5)^2+(y-3)^2=18$

פתרון שאלה מס' 3

א. 1) ארגון הנתונים:



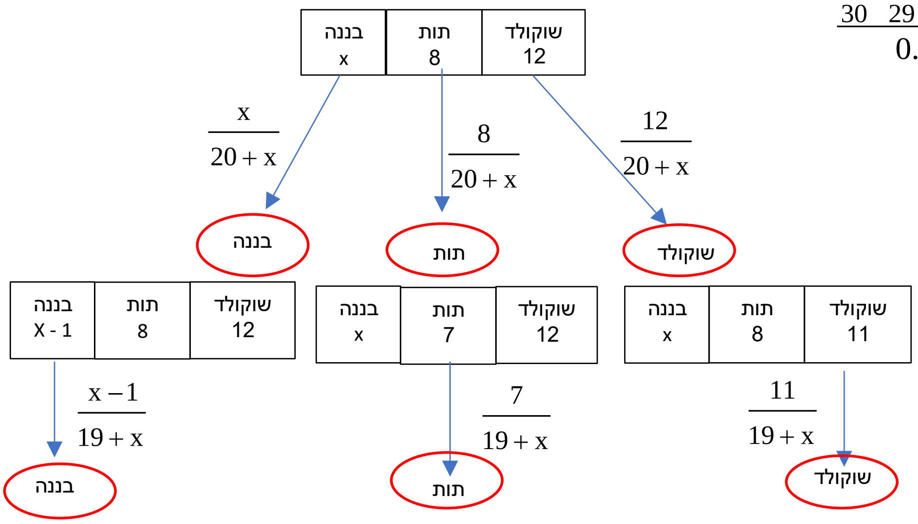
מקבלים: $\frac{18}{30}\cdot\frac{17}{29}+\frac{7}{30}\cdot\frac{7}{30}+\frac{5}{30}\cdot\frac{5}{30}=\mathbf{0.434}$

2) הסתברות מותנית :

P(שני חטיפים באותו טעם / שני חטיפים בטעם שוקולד או שני חטיפים בטעם בננה)

חישוב: $\dfrac{\frac{18}{30}\cdot\frac{17}{29}+\frac{5}{30}\cdot\frac{5}{30}}{0.434}=\mathbf{0.874}$

ב. 1) ארגון הנתונים:



מקבלים: $\frac{12}{20+x}\cdot\frac{11}{19+x}+\frac{8}{20+x}\cdot\frac{7}{19+x}+\frac{x}{20+x}\cdot\frac{x-1}{19+x}=\frac{26}{75}$

$$\Rightarrow\frac{188+x^2-x}{x^2+39x+380}=\frac{26}{75}\Rightarrow 75(x^2-x+188)=26(x^2+39x+380)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 75x^2-75x+14100=26x^2+1014x+9880\Rightarrow$$

$$.\ 49x^2-1089x+4220=0\Rightarrow x=5, x=17\frac{11}{49}$$

x מייצג מספר חטיפים , לכן הוא מספר טבעי ולכן **x = 5** .

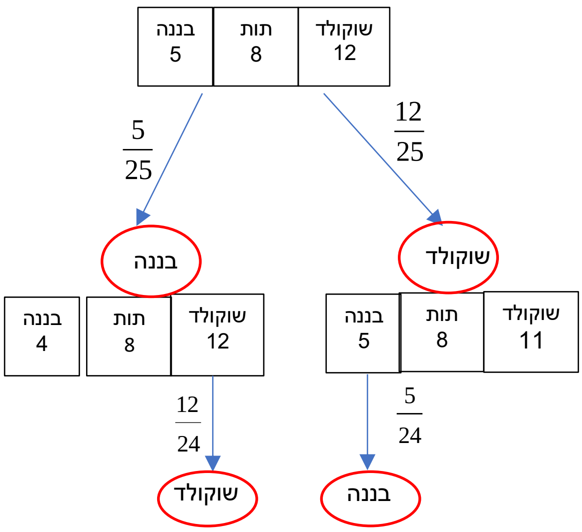
2) צריך לחשב הסתברות מותנית:

P(שני חטיפים בטעמים שונים/ חטיף שוקולד וחטיף בננה)

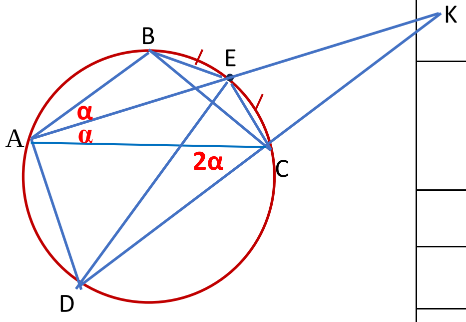
חישוב: ההסתברות להוציא שני חטיפים בטעמים שונים היא המשלים של ההסתברות להוציא שני חטיפים באותו טעם , כלומר $1-\frac{26}{75}=\frac{49}{75}$.

ההסתברות להוציא חטיף אחד בטעם שוקולד וחטיף אחד בטעם בננה היא:

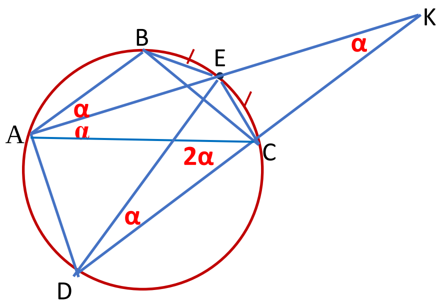
$$\frac{\frac{12}{25}\cdot\frac{5}{24}+\frac{5}{25}\cdot\frac{12}{24}}{\frac{49}{75}}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{49}{75}}=\mathbf{\frac{15}{49}}\approx\mathbf{0.306}$$



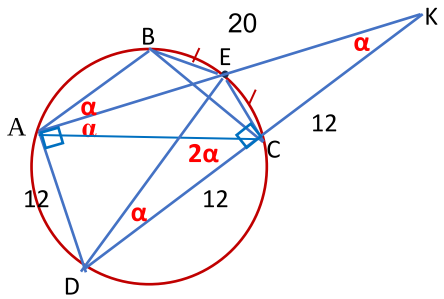
פתרון שאלה מס' 4



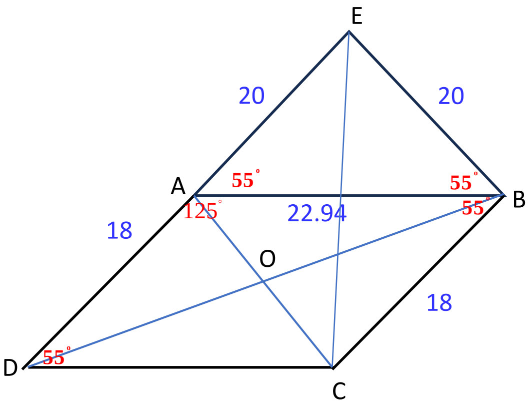
	טענה	נימוק
א.	נסמן: $BE = EC$	נתון
(1	$\Rightarrow \measuredangle BAE = \measuredangle EAC = \alpha$	על קשתות שוות במעגל נשענות זוויות היקפיות שוות
	$\Rightarrow \measuredangle BAC = 2\alpha$	חיבור זוויות
	$AB \parallel CD$	נתון
	$\Rightarrow \measuredangle BAC = \measuredangle \mathbf{ACD = 2\alpha}$	ישרים מקבילים יוצרים זוויות מתחלפות שוות
	$\Rightarrow \measuredangle ACK = 180^\circ - 2\alpha$	משלימה את הזווית לזווית שטוחה $\measuredangle ACD$
	$\Rightarrow \measuredangle AKC =$ $180^\circ - (180^\circ - 2\alpha + \alpha) = \alpha$ $\Rightarrow \measuredangle \mathbf{AKC = \alpha}$	על פי סכום הזוויות במשולש ACK
	או: $\measuredangle ACD = \measuredangle EAC + \measuredangle AKC$ $\Rightarrow \measuredangle AKC = 2\alpha - \alpha = \alpha$	זווית חיצונית למשולש ACK שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה
(2	$\measuredangle EDC = \measuredangle EAC = \alpha$	זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת , שוות זו לזו
	$\Rightarrow \measuredangle EDC = \measuredangle EKC = \alpha$	כלל המעבר
	$\Rightarrow$ **DE = KE**	מול זוויות שוות במשולש נמצאות צלעות שוות
ב.	$DC = CK$	נתון
(1	EC תיכון לצלע DK במשולש DEK $\Rightarrow$	הקטע יוצא מקודקוד E וחוצה את הצלע DK
	$\Rightarrow EC \perp DK$	התיכון לבסיס במשולש שווה- שוקיים EDK הוא גם גובה לבסיס
	$\Rightarrow \measuredangle ECD = \measuredangle ECK = 90^\circ$	ישרים מאונכים יוצרים זוויות ישרות
	ED קוטר במעגל $\Rightarrow$	מיתר עליו נשענת זווית היקפית ישרה הוא קוטר



(2	$\sphericalangle EAD = 90^\circ$	זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה
	$\Rightarrow \sphericalangle KAD = \sphericalangle ECK = 90^\circ$	כלל המעבר
	$\sphericalangle K = \sphericalangle K$	זווית משותפת
	$\Rightarrow \Delta KCE \sim \Delta KAD$	משפט דמיון ז.ז.
ג.	$\Rightarrow \frac{KC}{KA} = \frac{CE}{AD} = \frac{KE}{KD}$	יחס צלעות מתאימות במשולשים דומים
(1	$DK = 24\ ,\ KA = 20$ $\Rightarrow DC = CK = 12$	נתון
	$\Rightarrow \frac{12}{20} = \frac{KE}{24} \Rightarrow \mathbf{KE = 14.4}$	הצבה
(2	$KE = DE$	הוכח
	$\Rightarrow DE = 14.4$ $DE = 2R \Rightarrow \mathbf{R = 7.2}$	DE קוטר במעגל



פתרון שאלה מס' 5



א. 1) רדיוס המעגל החוסם את המשולש EAB הוא 12.2077 , לכן:

$$\frac{20}{\sin \sphericalangle EAB} = 2 \cdot 12.2077 \Rightarrow \mathbf{\sphericalangle EAB = 55^o}$$

2) $\sphericalangle DAB = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$ (משלימה את הזווית

$\mathbf{\sphericalangle DAB = \sphericalangle DCB = 125^o} \Leftarrow$ (180° -ל $\sphericalangle EAB$

(זוויות נגדיות במקבילית שוות זו לזו)

$\mathbf{\sphericalangle ADC = \sphericalangle ABC = 55^o} \Leftarrow$

(סכום זוויות סמוכות במקבילית הוא 180°)

ב. 1) במשולש ABE :

$$AB = 22.94 \Leftarrow \frac{AB}{\sin 70^\circ} = 2 \cdot 12.2077 \Leftarrow \sphericalangle AEB = 180^\circ - 2 \cdot 55^\circ = 70^\circ$$

$$S_{ABCD} = 338.25 \Rightarrow 22.94 \cdot BC \cdot \sin 55^\circ = 338.25 \Rightarrow$$

$$BC = \frac{338.25}{22.94 \cdot \sin 55^\circ} \Rightarrow BC = 18$$

במשולש ABC :

$$AC^2 = 22.94^2 + 18^2 - 2\cdot 22.94\cdot 18\cdot \cos 55^\circ \Rightarrow \mathbf{AC = 19.405}$$

במשולש DAB :

$$DB^2 = 22.94^2 + 18^2 - 2\cdot 22.94\cdot 18\cdot \cos 125^\circ \Rightarrow \mathbf{BD = 36.386}$$

2) במשולש BOC :

$OB = \frac{1}{2}DB = 18.193\ ,\ OC = \frac{1}{2}AC = 9.7025$ (אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה)

$$\Rightarrow 18^2 = 18.193^2 + 9.7025^2 - 2\cdot 18.193\cdot 9.7025\cdot \cos\sphericalangle BOC$$

$$\Rightarrow 353.035\cdot \cos\sphericalangle BOC = 101.123 \Rightarrow \sphericalangle\mathbf{BOC = 73.35^o}$$

פתרון שאלה מס' 6

א. נתון $f'(1) = 0$. לכן:

$$f(x) = (x+2)^4 - ax \Rightarrow f'(x) = 4(x+2)^3 - a \Rightarrow f'(1) = 4(3)^3 - a = 0 \Rightarrow \mathbf{a = 108}$$

ב. 1) הפונקציה מוגדרת **לכל x** .

2) $f(x) = (x+2)^4 - 108x \Rightarrow f'(x) = 4(x+2)^3 - 108$

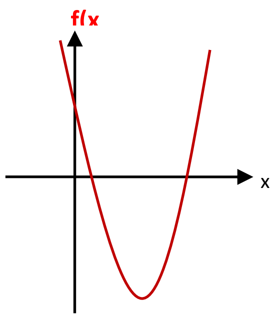
$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4(x+2)^3 = 108 \Rightarrow (x+2)^3 = 27 \Rightarrow x+2 = 3 \Rightarrow x = 1$$

x	x <	1	< x
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	min	↗

הנקודה **(1;-27) היא נקודת מינימום** של הפונקציה $f(1) = (3)^4 - 108 = -27 \Rightarrow$

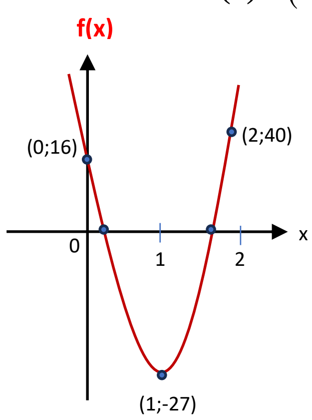
3) $f(0) = (2)^4 = 16 \Rightarrow \mathbf{(0;16)}$

4)



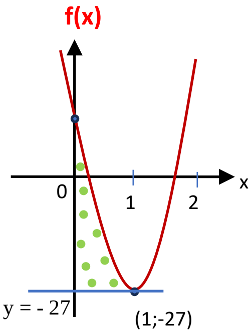
5) $f(2) = (4)^4 - 108\cdot 2 = 40 \Rightarrow \mathbf{(2;40)}$

הפונקציה חיובית בנקודה
שבה $x = 0$ ושלילית
בנקודה שבה $x = 1$
לכן יש לה נקודת
חיתוך עם ציר ה- x
בתחום $0 < x < 1$.



הפונקציה חיובית בנקודה

שבה $x = 2$ לכן נקודת החיתוך השנייה שלה עם ציר ה- x נמצאת **בתחום** $\mathbf{1 < x < 2}$



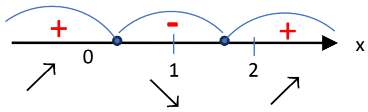
ג. חישוב השטח המנוקד בסרטוט:

$$S = \int_0^1 \left(f(x) + 27\right)dx = \int_0^1 \left(\left(x+2\right)^4 - 108x + 27\right)dx =$$

$$\left[\frac{\left(x+2\right)^5}{5} - \frac{108x^2}{2} + 27x\right]_0^1 = 21.6 - 6.4 = \mathbf{15.2}$$

ד. $g'(x) = f(x)$ לכן תחומי החיוביות והשליליות של $g'(x)$ נקבעים לפי תחומי החיוביות והשליליות

של הפונקציה $f(x)$. על פי תחומי החיוביות והשליליות של $f(x)$:



יש לפונקציה $g(x)$ **נקודת מקסימום בתחום** $\mathbf{0 < x < 1}$

ונקודת מינימום בתחום $\mathbf{1 < x < 2}$

פתרון שאלה מס' 7

א. 1) תחום ההגדרה: $5-2x \geq 0 \Leftarrow 2x \leq 5 \Leftarrow \mathbf{x \leq 2.5}$

(2 $f(x) = 3x+6\sqrt{5-2x} \Rightarrow f'(x) = 3+6\cdot\frac{-2}{2\sqrt{5-2x}} = 3+6\cdot\frac{-1}{\sqrt{5-2x}} \Rightarrow$

$$f'(x) = 3-\frac{6}{\sqrt{5-2x}} = 0 \Rightarrow 3 = \frac{6}{\sqrt{5-2x}} \Rightarrow 3\sqrt{5-2x} = 6 \Rightarrow \sqrt{5-2x} = 2$$

$$\Rightarrow 5-2x = 4 \Rightarrow 1 = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3\cdot\frac{1}{2}+6\sqrt{5-2\cdot\frac{1}{2}} = 13.5$$

x	x <	0.5	< x <	2.5	< x
f '(x)	+	0	-		
f(x)	↗	Max	↘	min	

$$f(2.5) = 3\cdot 2.5+6\sqrt{5-2\cdot 2.5} = 7.5$$

מקבלים: **(0.5;13.5) נקודת מקסימום , (2.5;7.5) נקודת מינימום בקצה תחום ההגדרה**

(3 $0 = 3x+6\sqrt{5-2x} \Rightarrow -3x = 6\sqrt{5-2x} \Rightarrow (-3x)^2 = \left(6\sqrt{5-2x}\right)^2$

$$\Rightarrow 9x^2 = 36(5-2x) \Rightarrow 9x^2 = 180-72x \Rightarrow 9x^2+72x-180 = 0 \Rightarrow$$

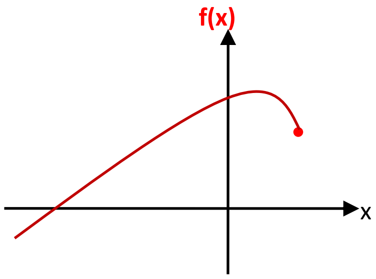
$x = 2 , x = -10$ בדיקת הפתרונות במשוואה המקורית $0 = 3x+6\sqrt{5-2x}$:

$x = 2$ נפסל $0 = 3\cdot 2+6\sqrt{5-2\cdot 2} \Rightarrow 0 \neq 12 \Rightarrow$

$x = -10$ פתרון $0 = 3\cdot(-10)+6\sqrt{5-2\cdot(-10)} \Rightarrow 0 = -30+6\cdot 5 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow$

מתקבלת הנקודה **(-10;0)**

(4



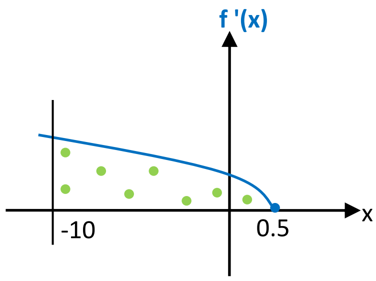
ב. 1) על פי החקירה בסעיף הקודם:

$f'(0.5) = 0$ ובתחום $x < 0.5$, $f'(x) > 0$

כלומר , הנגזרת חיובית בכל התחום $x < 0.5$

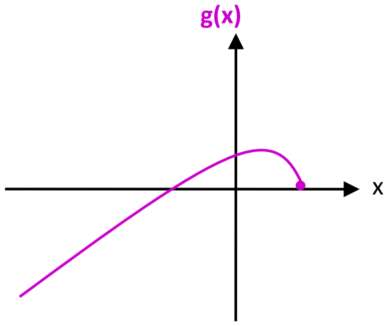
הגרף המתאים הוא **גרף I.**

2) חישוב השטח המבוקש:



$$S = \int_{-10}^{0.5} f'(x)dx = [f(x)]_{-10}^{0.5} =$$

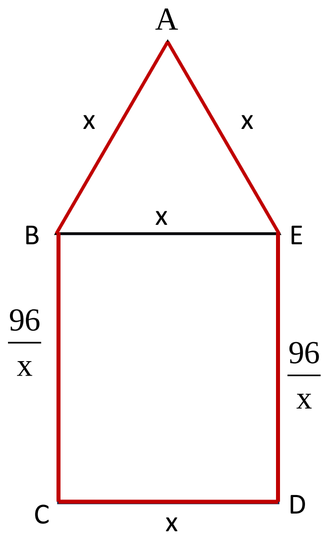
$f(0.5) - f(-10) = 13.5 - 0 = \mathbf{13.5}$



ג. 1) הפונקציה $g(x) = f(x) - k$ היא הזזה אנכית של הפונקציה $f(x)$ ב- k יחידות. אם גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x , הרי שהנקודה בה הנגזרת שווה לאפס נמצאת על ציר ה- x . כלומר : נקודת הקיצון הפנימית היא $(0.5;0)$. הזזה של 13.5 יחידות כלפי מטה. לכן: $\mathbf{k = 13.5}$

2) $g'(x) = f'(x)$, לכן מתקבל אותו שטח : $S = 13.5$

פתרון שאלה מס' 8



א. נסמן $BE = x$. משולש ABE שווה-צלעות לכן מקבלים $AB = AE = x$. הצלעות הנגדיות במלבן שוות לכן $CD = x$.

שטח המלבן הוא 96 , לכן $BC \cdot x = 96 \Rightarrow BC = ED = \frac{96}{x}$.

היקף המחומש $ABCDE$ הוא : $P = AB + BC + CD + DE + AE$

לכן מתקבלת הפונקציה $P(x) = 3x + 2\cdot\frac{96}{x} = 3x + \frac{192}{x}$

המוגדרת לכל $x > 0$. נמצא את נקודת המינימום של הפונקציה:

$$P'(x) = 3 - \frac{192}{x^2} = \frac{3x^2 - 192}{x^2} = 0 \Rightarrow 3x^2 = 192 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

x	0	< x <	8	< x
P'(x)		-	0	+
P(x)		↘	min	↗

היקף המחומש מינימלי עבור $x = 8$ לכן מקבלים: $\mathbf{BE = CD = 8}$, $BC = ED = \frac{96}{8} = \mathbf{12}$

ב. ההיקף המינימלי של המחומש הוא $3\cdot 8 + \frac{192}{8} = 48$, לכן , עבור כל x חיובי אחר מתקבל היקף גדול יותר. מקבלים: **היקף המחומש יכול להיות 50.**

ג. היקף המלבן $ABCD$ הוא $y = 2x + 2\cdot\frac{96}{x} = 2x + \frac{192}{x}$ לכן

$$y' = 2 - \frac{192}{x^2} = \frac{2x^2 - 192}{x^2} = 0 \Rightarrow 2x^2 = 192 \Rightarrow x^2 = 96 \Rightarrow x = \sqrt{96}$$

x	0	< x <	$\sqrt{96}$	< x
y'		-	0	+
y		↘	min	↗

מסקנה : היקף המלבן מינימלי עבור $x = \sqrt{96}$ ו**לא** עבור $x = 8$.

ד. שטח המשולש שווה הצלעות ABE עבור $x = \sqrt{96}$ הוא $S_{\Delta ABE} = \frac{1}{2}\cdot 96\cdot\sin 60^\circ = \mathbf{24\sqrt{3}}$