

מבחן מתכונת מס' 1

1. רכבת ואוטובוס נסעו מעיר A לעיר B. המרחק בין הערים הוא 600 ק"מ. האוטובוס יצא מעיר A בשעה 9:30 והרכבת יצאה בשעה 10:00. מהירות הנסיעה של האוטובוס קטנה ב-30 קמ"ש ממהירות הנסיעה של הרכבת. כאשר הרכבת הגיעה לעיר B, האוטובוס היה במרחק 495 ק"מ מעיר A.

א. מצאו את מהירות הנסיעה של הרכבת ושל האוטובוס.

ב. כאשר הרכבת הגיעה לעיר B, הקטין האוטובוס את מהירותו ב-15 קמ"ש

והמשיך לנסוע במהירות זו עד שהגיע לעיר B. באיזו שעה הגיע האוטובוס לעיר B?

2. בציור שלפניכם מתואר מעגל שמרכזו M נמצא ברביע השלישי.

המעגל משיק לציר ה-y בנקודה $T(0; -20)$. רדיוס המעגל הוא 13.

א. (1) מצאו את שיעורי מרכז המעגל M.

(2) מצאו את משוואת המעגל M.

ב. הישר $y = -15$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B (ראו ציור).

(1) מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

(2) מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

(3) המשיק למעגל M בנקודה A חותך את ציר ה-y בנקודה P.

מצאו את שיעורי הנקודה P.

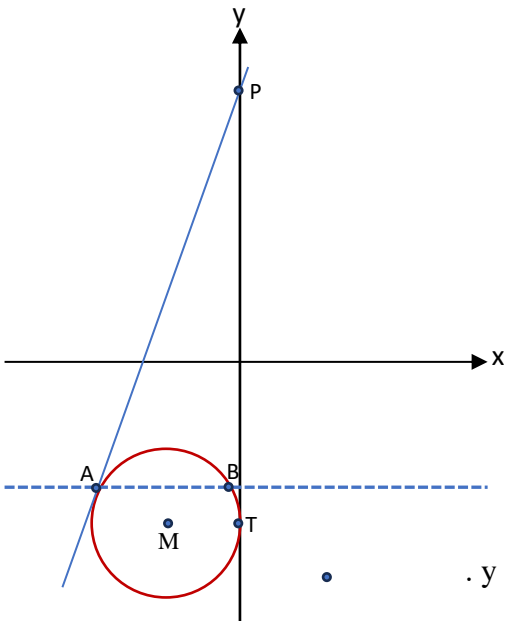
ג. הנקודה N נמצאת על ציר ה-y, בין הנקודות P ו-T,

כך שאורך הקטע PN הוא 34.

(1) מצאו משוואת מעגל שמרכזו בנקודה N והוא משיק לישר $y = -15$.

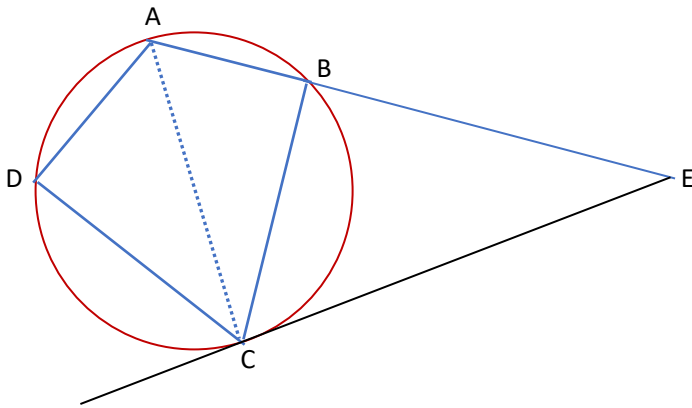
(2) חשבו את אורך הקטע NM.

(3) האם המעגל שמרכזו בנקודה N משיק למעגל שמרכזו M? נמקו.

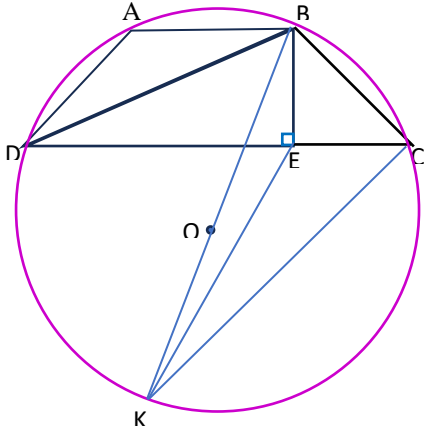


3. במטוס שהיה בדרכו לישראל נמצא כי 60% מיושבי המטוס הם דוברי עברית והשאר אינם דוברי עברית. ההסתברות שאחד מיושבי הטיסה ששמו נבחר באקראי יושב במחלקת עסקים קטנה ב- 0.3 מן ההסתברות שהוא יושב במחלקת תיירים. אם נבחר באקראי שם של אחד מן היושבים במחלקת עסקים, ההסתברות שהוא דובר עברית היא $\frac{3}{7}$.
- א. חשבו את ההסתברות לבחור באקראי אחד מיושבי המטוס שיושב במחלקת עסקים ודובר עברית.
 ב. בוחרים באקראי באחד מדוברי העברית. מה ההסתברות שהוא יושב במחלקת עסקים?
 ג. בוחרים באקראי באחד מיושבי המטוס. מה ההסתברות שהוא יושב במחלקת עסקים או שהוא דובר עברית?
 ד. נמצא כי 90 מיושבי המטוס הם דוברי עברית היושבים במחלקת תיירים.
- (1 כמה אנשים יושבים באותו מטוס?
 (2 שני נוסעים קמו ממושביהם והתהלכו במטוס. מה ההסתברות ששניהם דוברי עברית שישבו במחלקת תיירים?)

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

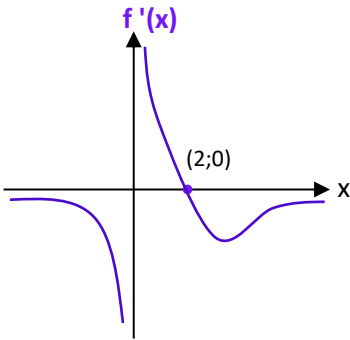


4. המרובע ABCD הוא דלתון החסום במעגל ($AB = AD, CB = CD$). המשיק למעגל בנקודה C חותך את המשך הצלע AB בנקודה E (ראו ציור).
- א. הוכיחו: AC הוא קוטר במעגל.
 ב. $\triangle CBE \sim \triangle ABC$.
 ג. נתון: שטח המשולש CBE גדול פי 2.25 משטח המשולש ABC, $AB = 12$.
- (1 חשבו את אורך הצלע BC.
 (2 חשבו את אורך הקטע BE.
 (3 חשבו את היקף הדלתון ABCD.
 (4 חשבו את שטח הדלתון ABCD.
 (5 חשבו את אורך האלכסון DB.

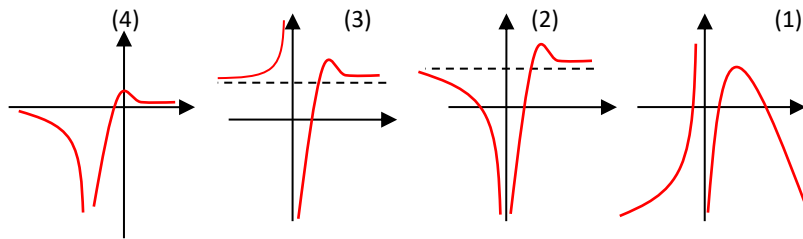


5. הטרפז ABCD חסום במעגל שמרכזו O.
- הראו שהטרפז הוא שווה-שוקיים.
 - הנקודה B היא אמצע הקשת AC. נתון: $DE = 2.15 \cdot BE$.
 - ב. (1) חשבו את הזווית $\angle BDC$.
 - (2) חשבו את זוויות המשולש ABD.
 - ג. נתון: $DB = 95$.
 - (1) חשבו את רדיוס המעגל O.
 - (2) חשבו את היקף הטרפז ABCD.
 - (3) חשבו את שטח הטרפז ABCD.
 - ד. BK הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
 - (1) חשבו את הזוויות $\angle KBE$, $\angle KBC$, $\angle BKC$.
 - (2) חשבו את אורך הקטע KE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש



6. הפונקציה $f(x)$ וגם פונקציית נגזרת $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף של פונקציית נגזרת $f'(x)$. גרף פונקציית הנגזרת חותך את ציר ה-x בנקודה שבה $x = 2$.
- מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 - מצאו את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגה.
 - אחד מן הגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $f(x)$. זהו איזה מהם הוא גרף הפונקציה ונמקו את קביעתכם.



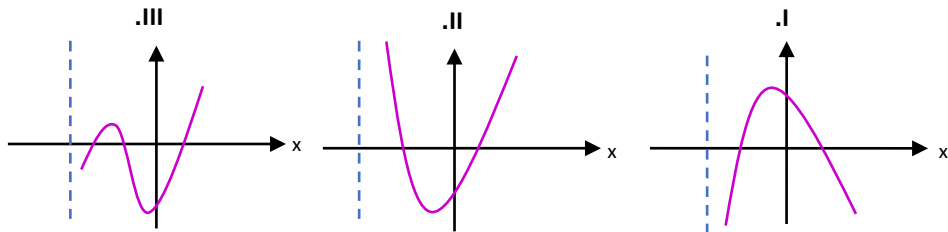
- ב. נתון: כל אחד מן הישרים $y = 3$ ו- $y = 4$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת בדיוק. אחד מן הביטויים הבאים מייצג את הפונקציה $f(x)$. זהו את הביטוי המתאים ונמקו את קביעתכם.

$$y = 3 + \frac{4x-4}{x^2} \quad (3) \quad y = 2 + \frac{x^2-4}{x^2} \quad (2) \quad y = 3 + \frac{x^2+4x-4}{x^2} \quad (1)$$

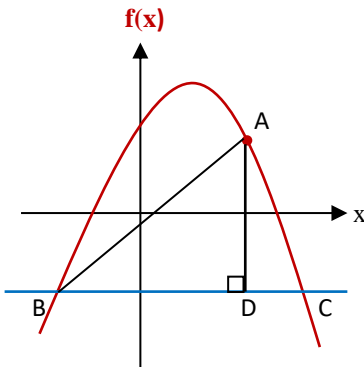
- רשמו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה.
- מצאו את האסימפטוטות לגרף הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- חשבו את השטח המוגבל בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה-x והישר $x = 5$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 2x + 5)\sqrt{2x + 4}$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- זהו איזה מן הגרפים הבאים מתאים להיות הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
נמקו את בחירתכם.



- חשבו את השטח המוגבל בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ וציר ה- x .
- נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן (היעזרו בסעיפים קודמים).



8. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 6x + 15$. הישר $y = -12$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות B ו-C (הנקודה B נמצאת משמאל לנקודה C – ראו סרטוט). הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$. מנקודה A מורידים אנך AD לישר $y = -12$. הנקודה D נמצאת בין הנקודות B ו-C.
- מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.
 - מצאו את שיעורי הנקודה A עבורם שטח המשולש ABD מקסימלי.
 - חשבו את היקף המשולש ABD ששטחו מקסימלי.
 - חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$ והישר AB כאשר הנקודה A היא הנקודה שהתקבלה בסעיף ב'.

בהצלחה!

תשובות

1. א. מהירות הרכבת : 120 קמ"ש, מהירות האוטובוס : 90 קמ"ש ב. בשעה 16:24

2. א. (1) $M(-13;-20)$ (2) $(x+13)^2 + (y+20)^2 = 169$ ב. (1) $A(-25;-15), B(-1;-15)$

(2) $y = 2.4x + 45$ (3) $P(0;45)$ ג. (1) $x^2 + (y-11)^2 = 676$ (2) 33.615 (3) ל

$$3. \text{ א. } 0.15 \quad \text{ב. } \frac{1}{4} \quad \text{ג. } 0.8 \quad \text{ד. } 1 \quad \text{ה. } 200 \quad \text{ו. } \frac{601}{3890} \approx 0.201$$

4. א. (1) 18 (2) 27 (3) 60 (4) 216 (5) 19.97

5. א. (1) $\angle BDC = 24.94^\circ$ (2) $\angle ADB = 24.94^\circ$, $\angle ABD = 24.94^\circ$ ב. (1) $\angle DAB = 130.12^\circ$

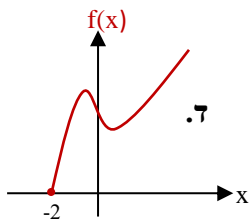
(2) $R = 62.12$ (3) 277.06 (3) 3450.77

ד. (1) $\angle BKC = 24.94^\circ$, $\angle KBC = 65.06^\circ$, $\angle KBE = 24.94^\circ$ (2) $KE = 89.52$

6. א. (1) תחום החיוביות : $0 < x < 2$, תחומי השליליות : $x > 2$, $x < 0$

(2) $x = 2$, נקודת מקסימום (3) גרף (2) ב. (3) $y = 3 + \frac{4x-4}{x^2}$

ג. (1) (2;4) מקסימום (2) $x = 0, y = 3$ (3) $(-\frac{2}{3}; 0), (-2; 0)$ ד. 0.36



7. א. $x \geq -2$ ב. $(-2; 0), (0; 10)$

ג. מינימום $(-2; 0)$, מקסימום $(-1; 8\sqrt{2})$, מינימום $(0.6; 9.49)$ ד.

ה. גרף II. ו. 1.82 ז. $(-2; 0)$ מקסימום,

מינימום $(-1; -8\sqrt{2})$, מקסימום $(0.6; -9.49)$

8. א. $B(-3;-12), C(9;-12)$ ב. $A(5;20)$ ג. 72.98 ד. $85\frac{1}{3}$

מבחן מתכונת מס' 2

1. בסופי שבוע דין נוהג לרכב על אופניו מביתו עד לשפת הים, במהירות קבועה.

הוא יוצא בשעה 7:00 מביתו ומגיע לשפת הים בשעה 9:30.

פעם אחת, אחרי שעבר שלישי מהדרך עד לשפת הים, עצר לנוח למשך רבע שעה. אחר-כך המשיך

לרכב על אופניו במהירות הקטנה ב- 3 קמ"ש ממהירותו הרגילה. הוא הגיע לשפת הים בשעה 10:05.

א. מצאו את המרחק מביתו של דין עד לשפת הים.

ב. מצאו את המהירות הרגילה בה רכב דין לשפת הים.

ג. באיזו שעה היה דין במרחק 30 ק"מ מביתו ביום בו עצר לנוח?

2. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$). הקודקוד B

נמצא על ציר ה-y. קודקוד D נמצא ברביע השלישי.

אלכסוני הטרפז מאונכים זה לזה ($AC \perp BD$) ונחתכים

בנקודה E (ראו ציור). נתון: $A(-5;3)$, $E(-2;0)$.

א. מצאו את משוואת האלכסון BD.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. אורך הקטע DE גדול פי 3 מאורך הקטע BE.

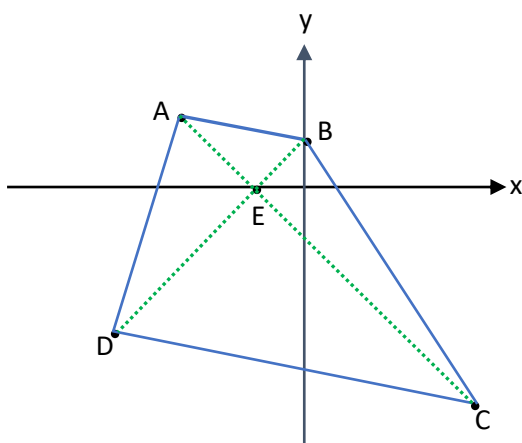
ד. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ה. מצאו את משוואת הישר DC.

ו. מצאו את שיעורי הנקודה C.

ז. מצאו את משוואת המעגל החוסם את המשולש DEC.

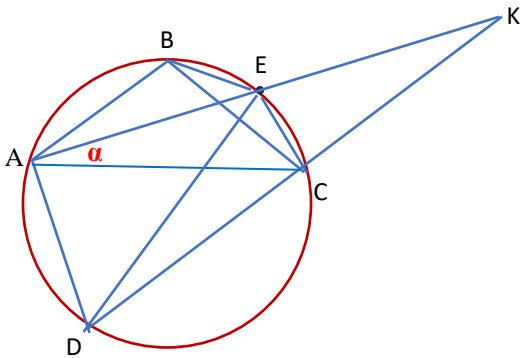
ח. מצאו משוואה של מעגל שמרכזו בנקודה A ומשיק לאלכסון BD.



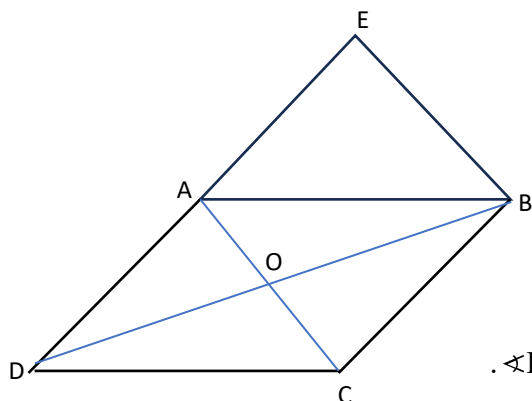
3. א. במסיבת יום הולדת הונחה על אחד השולחנות קופסא שבה 18 חטיפים בטעם שוקולד, 7 חטיפים בטעם תות ו-5 חטיפים בטעם בננה. ילדה ניגשת לקופסא ומוציאה ממנה חטיף. אם החטיף הוא בטעם שוקולד, היא משאירה אותו בחוץ. אם החטיף הוא בטעם אחר, היא מחזירה אותו לקופסא. אחר-כך היא מוציאה חטיף נוסף מן הקופסא.
- (1) מה ההסתברות שהילדה הוציאה שני חטיפים בעלי אותו טעם?
- (2) ידוע שהילדה הוציאה מן הקופסא שני חטיפים בעלי אותו טעם. מה ההסתברות ששניהם היו בטעם שוקולד או שניהם היו בטעם בננה?
- ב. באותה מסיבה הונחה על שולחן אחר קופסא נוספת ובה חטיפים מאותם סוגים. בקופסא זו הונחו 12 חטיפים בטעם שוקולד, 8 חטיפים בטעם תות ו- x חטיפים בטעם בננה. ילד ניגש לקופסא ומוציא, בזה אחר זה ללא החזרה שני חטיפים. ההסתברות שהוא הוציא שני חטיפים בעלי אותו טעם היא $\frac{26}{75}$.
- (1) מצאו את x .
- (2) ידוע שהילד הוציא שני חטיפים בטעמים שונים. מה ההסתברות שהוא הוציא חטיף בטעם שוקולד וחטיף בטעם בננה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. הנקודות A, B, C ו- D נמצאות על מעגל כך שמתקיים: $AB \parallel CD$. הנקודה E היא אמצע



- הקשת BC . המשכי המיתרים AE ו- DC נחתכים בנקודה K (ראו סרטוט). נסמן: $\angle EAC = \alpha$.
- א. (1) בטאו באמצעות α את הזוויות $\angle ACD$ ו- $\angle AKC$.
 (2) הוכיחו: $DE = KE$.
- ב. נתון: הנקודה C היא אמצע הקטע DK .
 (1) הוכיחו: ED קוטר במעגל.
 (2) הוכיחו: $\triangle KCE \sim \triangle KAD$.
- ג. נתון: $KA = 20$, $DK = 24$.
 (1) חשבו את KE .
 (2) חשבו את רדיוס המעגל.



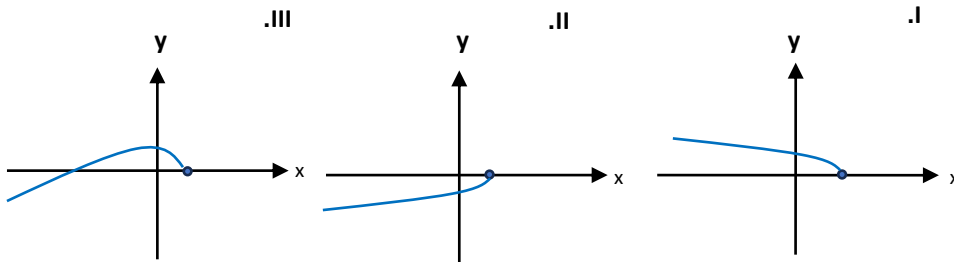
5. המרובע ABCD הוא מקבילית. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DA כך שהמשולש EAB שווה-שוקיים. נתון: $EA = EB = 20$. רדיוס המעגל החוסם את המשולש EAB הוא 12.2077.
- א. (1) חשבו את הזווית $\angle EAB$.
 - ב. (2) חשבו את זוויות המקבילית ABCD.
 - ב. שטח המקבילית ABCD הוא 338.24.
 - ג. (1) חשבו את אורכי האלכסונים של המקבילית.
 - ד. (2) אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה O. חשבו את הזווית $\angle BOC$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

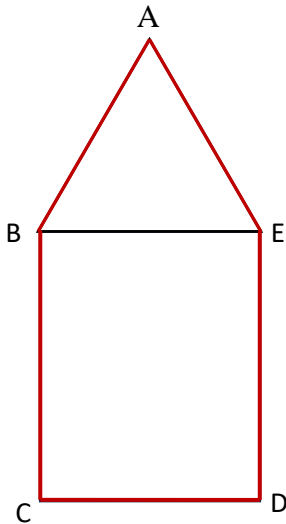
6. נתונה הפונקציה $f(x) = (x+2)^4 - ax$, פרמטר חיובי. a.
- א. לפונקציה יש נקודת קיצון אחת הנמצאת על הישר $x = 1$. מצאו את a. הציבו $a = 108$ וענו על הסעיפים הבאים:
 - ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.
 - (3) מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-y.
 - (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - (5) חשבו $f(2)$ וקבעו בין אילו שני מספרים שלמים נמצאים שיעורי ה-x של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.
 - ג. חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$, הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת הקיצון שלה וציר ה-y.
 - ד. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל ערך של x. נתון: $g'(x) = f(x)$. הראו שלפונקציה $g(x)$ יש נקודת מינימום אחת ונקודת מקסימום אחת וקבעו באילו תחומים נמצאים שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x + 6\sqrt{5-2x}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 (3) גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת. מצאו את שיעוריה.
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) אחד הגרפים הבאים מתאים להיות הגרף של פונקציית הנגזרת בתחום $x \leq 0.5$. זהו את הגרף הנכון ונמקו.



- (2) חשבו את השטח המוגבל בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה- x והישר $x = -10$.
- ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - k$. גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x .
- (1) מצאו את k .
- (2) השטח המוגבל בין גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$, ציר ה- x והישר $x = -10$ הוא S . האם S גדול מן השטח שחישבתם בסעיף ב-2, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את קביעתכם.



8. נתון מחומש ABCDE המורכב ממלבן BCDE ומשולש שווה-צלעות ABE כך שהצלע BE של המשולש מתלכדת עם הצלע BE של המלבן (ראו ציור). שטח המלבן BEDC הוא 96.
- א. מצאו את צלעות המלבן BCDE עבורו היקף המחומש ABCDE מינימלי.
- ב. האם היקף המחומש ABCDE יכול להיות 50? נמקו.
- ג. האם גם היקף המלבן BCDE מינימלי כאשר היקף המחומש מינימלי? נמקו.
- ד. מצאו את שטח המשולש ABE עבורו היקף המלבן BCDE מינימלי.

בהצלחה!

תשובות

1. א. 45 ק"מ ב. 18 קמ"ש ג. בשעה 9:05

2. א. (1) $y = x + 2$ ב. $B(0;2)$ ג. $D(-8;-6)$ ד. $y = -\frac{1}{5}x - 7.6$ (2) $C(7;-9)$

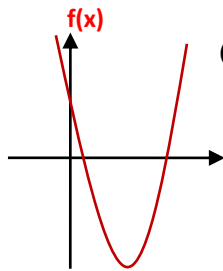
$$(3) \quad (x + 0.5)^2 + (y + 7.5)^2 = 58.5 \quad \text{ד.} \quad (x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 18$$

3. א. (1) 0.434 (2) 0.874 ב. (1) $x = 5$ (2) $\frac{15}{49} \approx 0.306$

4. א. (1) $\angle ACD = 2\alpha$, $\angle AKC = \alpha$ ג. $KE = 14.4$ (2) $R = 7.2$

5. א. (1) $\angle EAB = 55^\circ$ (2) $\angle ADC = \angle ABC = 55^\circ$, $\angle DAB = \angle DCB = 125^\circ$

ב. (1) $AC = 19.405$, $BD = 36.386$ (2) $\angle BOC = 73.35^\circ$

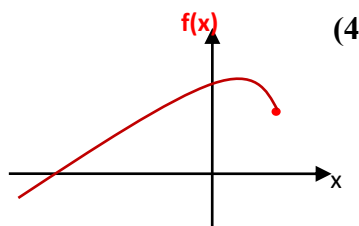


6. א. $a = 108$ ב. (1) כל x (2) $(1;-27)$ מינימום (3) $(0;16)$ (4)

(5) בתחומים $0 < x < 1$, $1 < x < 2$ ג. 15.2

ד. נקודת מקסימום בתחום $0 < x < 1$ ונקודת מינימום בתחום $1 < x < 2$

7. א. (1) $x \leq 2.5$ (2) $(0.5;13.5)$ מקסימום, $(2.5;7.5)$ מינימום



(4)

(3) $(-10;0)$

ב. (1) גרף I. (2) 13.5

ג. (1) $k = 13.5$ (2) השטחים שווים

8. א. $BC = ED = 12$, $BE = CD = 8$ ב. כן ג. לא ד. $24\sqrt{3}$