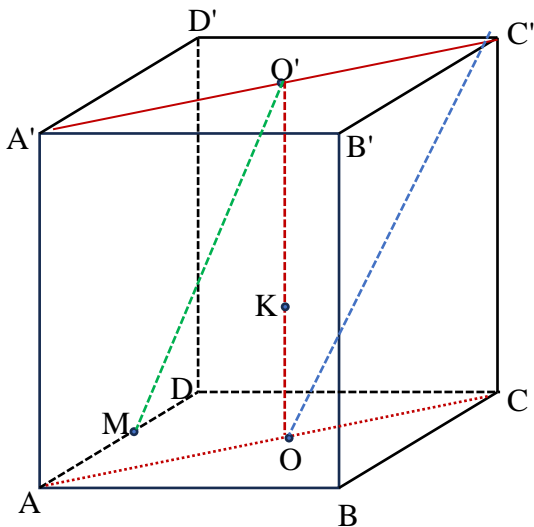


**מבחן מס' 1****פרק א' - סדרות וטריגונומטריה במרחב**

1. נתונה סדרה הנדסית שבה 12 איברים. האיבר השביעי בסדרה גדול פי 27 מן האיבר הרביעי בסדרה.

- א. מצאו את מנת הסדרה.  
 ב. סכום 6 האיברים האחרונים בסדרה גדול ב- 33033 מסכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה.  
 (1) מצאו את האיבר הראשון בסדרה.  
 (2) מצאו שני איברים סמוכים בסדרה שסכומם 162.  
 (3) מצאו את מקומותיהם של שני האיברים שמצאתם בסעיף הקודם.  
 ג. האיבר החמישי של הסדרה ההנדסית הוא האיבר הראשון של סדרה חשבונית. האיבר השישי של הסדרה ההנדסית הוא האיבר האחרון של הסדרה החשבונית.  
 סכום אברי הסדרה החשבונית הוא 4455.  
 (1) מצאו את מספר אברי הסדרה החשבונית.  
 (2) מצאו את הפרש הסדרה החשבונית.  
 (3) מצאו את סכום 10 האיברים האחרונים בסדרה החשבונית.



2. נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  שבסיסה מלבנים.

נתון:  $AC = CC' = 20$ . הנקודה O היא מפגש אלכסוני המלבן ABCD והנקודה O' היא נקודת מפגש האלכסונים במלבן  $A'B'C'D'$ .

- א. חשבו את הזווית שיוצר הקטע  $OC'$  עם הבסיס ABCD.  
 ב. הנקודה M היא אמצע המקצוע AD.  
 הקטע  $MO'$  יוצר זווית בת  $68.19^\circ$  עם הבסיס ABCD.  
 חשבו את נפח התיבה  $ABCD A'B'C'D'$ .  
 ג. הנקודה K נמצאת על הקטע  $OO'$ . חברו את הנקודה K עם קודקודי הבסיס ABCD כך שנוצרה פירמידה  $KABCD$ . נפח התיבה  $ABCD A'B'C'D'$  גדול פי 5 מנפח הפירמידה  $KABCD$ .  
 (1) חשבו את אורך הקטע  $KO$ .  
 (2) חשבו את הזווית שיוצר המקצוע הצדדי  $KC$  של הפירמידה  $KABCD$  עם הבסיס ABCD.  
 (3) חשבו את שטח הפאה  $KBC$ .

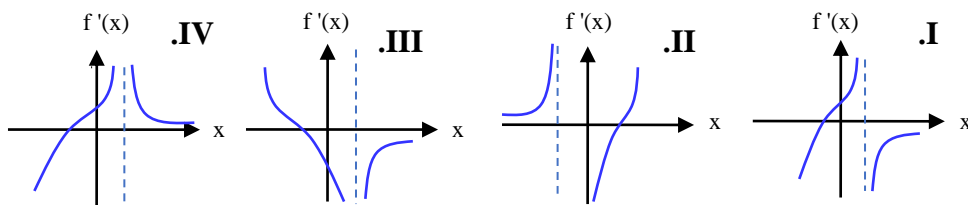
**פרק ב- חזו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

3. הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות בתחום  $-0.5\pi \leq x \leq 2\pi$ .  
נתונה פונקציית הנגזרת  $f'(x) = -4\sin(2x) + 9\cos x$ .

- א. מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.  
 ב. הישר  $y = 4$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת מקסימום הפנימית שלה.  
 (1) מצאו את הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום  $-0.5\pi \leq x \leq 2\pi$ .  
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f(x)$ , המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום המוחלט שלה והישר  $x = 2\pi$ .

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{5e^{-x}}{x^2 - 2x + 1}$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (3) מצאו אסימפטוטה לגרף הפונקציה המאונכת לציר ה- $x$ .  
 (4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.  
 (5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. זהו איזה מן הגרפים הבאים מתאים להיות הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמקו את קביעתכם.



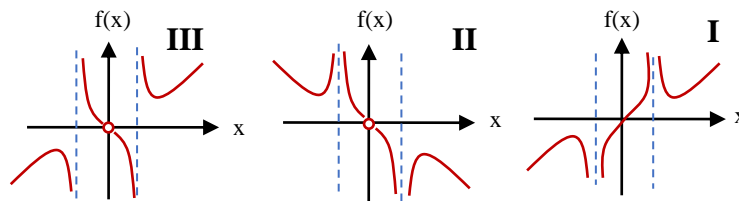
ד. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = f(x - 1) - 5$ .

- (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  וקבעו את סוגה.  
 (2) האם גרף הפונקציה  $g(x)$  חותך את ציר ה- $x$ ? נמקו.  
 (3) האם גרף פונקציית הנגזרת  $g'(x)$  עובר בראשית הצירים? נמקו.

5. א. נתונה הפונקציה :  $f(x) = \frac{x}{\ln(x^2) - 2}$

- 1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- 2) הראו שאין לגרף הפונקציה  $f(x)$  נקודות חיתוך עם הצירים.
- 3) מצאו את המשוואות של שתי האסימפטוטות לגרף הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

- 4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבעו את סוגן.
- ב. זהו איזה מן הגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה  $f(x)$  ונמקו את בחירתכם.



- ג. הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה אחת בדיוק.
- בכמה נקודות יחתוך הישר  $y = k + e^2$  את גרף הפונקציה  $f(x)$ ? נמקו.

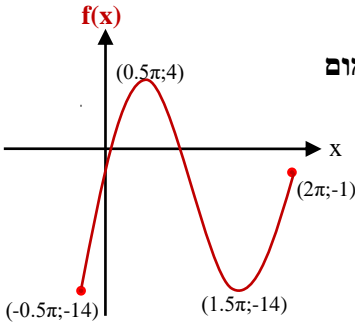
**בהצלחה!**

תשובות

1. א.  $q = 3$  ב.  $a_1 = 0.5$  (1)  $a_5, a_6$  (2)  $40.5, 121.5$  (3)

ג.  $n = 55$  (1)  $d = 1.5$  (2)  $1147.5$  (3)

2. א.  $63.43^\circ$  ב.  $3840$  ג.  $KO = 12$  (1)  $50.19^\circ$  (2)  $86.53^\circ$  (3)

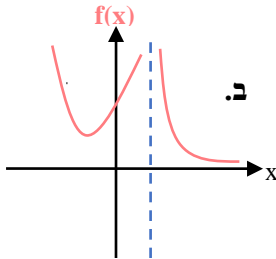


3. א.  $x = -\frac{\pi}{2}$  מינימום,  $x = \frac{\pi}{2}$  מקסימום,  $x = \frac{3\pi}{2}$  מינימום,  $x = 2\pi$  מקסימום

ב.  $f(x) = 2\cos(2x) + 9\sin x - 3$  (1)  $(2\pi; -1)$  מקסימום,

(3)  $(\frac{3\pi}{2}; -14)$  מינימום,  $(\frac{\pi}{2}; 4)$  מקסימום,  $(-\frac{\pi}{2}; -14)$  מינימום

ג.  $\approx 41.99$



4. א.  $x \neq 1$  (1)  $x < 1$  (2)  $(0; 5)$  (3)  $x = 1$  (4) נקודת מינימום  $(-1; 3.4)$

ב. תחום העלייה:  $-1 < x < 1$ , תחומי הירידה:  $x < -1, x > 1$

ג. גרף I.  $(0; -1.6)$  מינימום (2) כן (3) כן

5. א.  $x = e, x = -e$  (1)  $0 < x < e, x > e$  (2)  $-e < x < 0, x < -e$  (3)

(4)  $(e^2; \frac{e^2}{2})$  מינימום,  $(-e^2; -\frac{e^2}{2})$  מקסימום ב. גרף III ג. שלוש נקודות

## מבחן מס' 2

### פרק א- סדרות וטריגונומטריה במרחב

1. נתונה הסדרה  $a_n = 98 - 4n$ .

- א. (1) הוכיחו שהסדרה היא סדרה חשבונית.  
 (2) מצאו את האיבר הראשון של הסדרה.  
 (3) האם המספר 32 הוא איבר בסדרה? נמקו.
- ב. נתון כי בסדרה זו ישנם  $2n$  איברים. סכום שני האיברים האמצעיים של הסדרה הוא 16 - .  
 (1) מצאו את מספר אברי הסדרה.  
 (2) כמה איברים חיוביים יש בסדרה?  
 (3) חשבו את סכום האיברים השליליים בסדרה.
- ג. בסדרה זו מחקו את האיברים שמקומותיהם מתחלקים בארבע :  $a_4, a_8, a_{12}, \dots$ .  
 חשבו את סכום האיברים שנותרו בסדרה.

2. נתונה פירמידה  $SABCD$  שבסיסה  $ABCD$  הוא מלבן.

$$SO = DB$$
 . נתון:  $SO = DB$  .

א. חשבו את הזווית שבין המקצוע הצדדי  $SB$  לבין בסיס הפירמידה.

ב. שטח המשולש  $SDB$  הוא 128. הנקודה  $M$  היא אמצע המקצוע  $BC$  . הקטע  $SM$  יוצר זווית

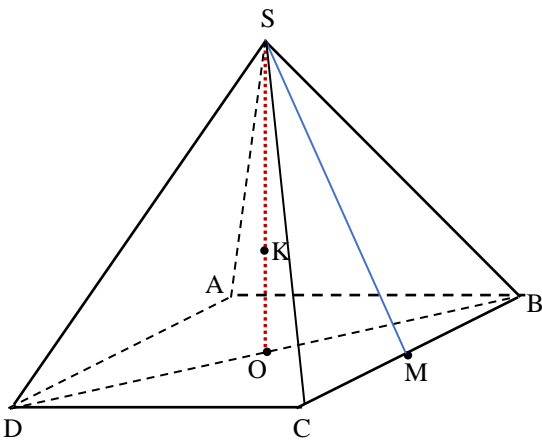
בת  $69.44^\circ$  עם הבסיס  $ABCD$  .

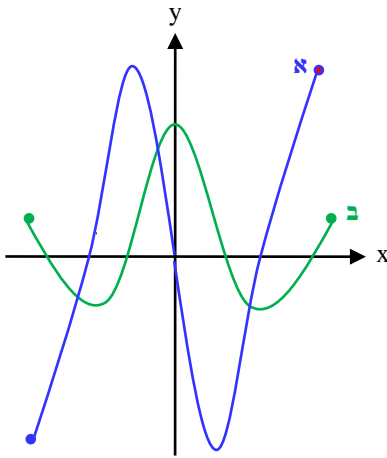
חשבו את נפח הפירמידה  $SABCD$  .

ג. הנקודה  $K$  נמצאת על הגובה  $SO$  . נפח הפירמידה  $SABCD$  גדול פי 4 מנפח הפירמידה  $KABCD$  .

(1) חשבו את אורך הקטע  $KO$  .

(2) חשבו את הזווית שיוצר המקצוע הצדדי  $KB$  של הפירמידה  $KABCD$  עם הבסיס  $ABCD$  .



**פרק ב- תדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

3. בסרטוט שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקציות א' ו- ב' המוגדרות

$$\text{בתחום } -\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4} . \text{ אחד מהם הוא גרף הפונקציה } f(x) \text{ והשני}$$

הוא גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. קבעו איזה מן הגרפים הוא גרף הפונקציה  $f(x)$  ואיזה הוא

גרף הפונקציה  $f'(x)$ . נמקו את קביעתכם.

ב. נתון:  $f(x) = 2\cos^2 x - \frac{1}{2}$ . רשמו את שיעורי נקודות הקיצון

של הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$  - ואת סוגן.

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = -f(x) + 1$  בתחום  $-\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ .

(1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  בתחום

$$-\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4} \text{ - וקבעו את סוגן.}$$

(2) קבעו איזן מן הטענות הבאות נכונה ונמקו:

$$\text{I. } g'(x) = f'(x) - 1 \quad \text{II. } g'(x) = f'(x) \quad \text{III. } g'(x) = -f'(x)$$

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g'(x)$  בתחום  $-\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ .

$$4. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{e^{2x} - 8e^x + 7}{e^x}$$

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבעו את סוגה.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

$$\text{ב. (1) הראו כי מתקיים: } f(x) = \frac{e^{2x} - 8e^x + 7}{e^x} = e^x - 8 + 7e^{-x}$$

(2) חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f(x)$  וציר ה-  $x$ .

ג. הפונקציה  $g(x)$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ :  $g(x) = f'(x)$ .

(1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים.

(2) הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  נחתכים בנקודה אחת שבה  $x = 0.56$ .

הוסיפו לסרטוט של גרף הפונקציה  $f(x)$  את הסקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(3) חשבו את השטח המוגבל בין הגרפים של הפונקציות  $f(x)$ ,  $g(x)$  וציר ה-  $y$ .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x \ln x - 4x$ .

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (3) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.  
 (2) האם יש לפונקציה  $f(x)$  אסימפטוטה מאונכת לציר ה- $x$  עבור  $x = 0$ ? נמקו.  
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. נגדיר פונקציה נוספת:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 (2) האם יש לפונקציה  $g(x)$  אסימפטוטות מאונכות לציר ה- $x$ ? נמקו.
- ד. הפונקציה  $h(x)$  מוגדרת בתחום בו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$  ומקיימת:  $h'(x) = f(x)$ .  
 מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $h(x)$  וקבעו את סוגה.
- ה. נתונה הפונקציה  $k(x)$  המקיימת:  $k(x) = -\frac{1}{2}f(x)$ .
- (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $k(x)$  וקבעו את סוגה.  
 (2) נסמן ב- $A$  את נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  ונסמן ב- $B$  את נקודת הקיצון של הפונקציה  $k(x)$ . הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים. חשבו את שטח המשולש  $AOB$ .

**בהצלחה!**

תשובות

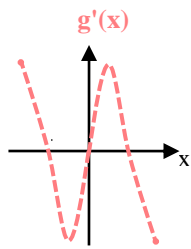
1. א. 1)  $d = -4$  2)  $a_1 = 94$  3) לא 4)  $52$  איברים 5)  $24$  6)  $1568$  7)  $234$  -

2. א.  $63.43^\circ$  ב.  $256\sqrt{7}$  ג.  $KO = 4$  2)  $26.57^\circ$

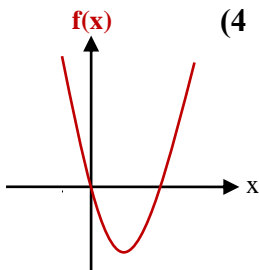
3. א. גרף א – מתאים לפונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , גרף ב – מתאים לפונקצייה  $f(x)$

ב.  $(-\frac{3\pi}{4}; \frac{1}{2})$  מקסימום,  $(-\frac{\pi}{2}; -\frac{1}{2})$  מינימום,  $(0; \frac{1}{2})$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{2}; -\frac{1}{2})$  מינימום,

$(\frac{3\pi}{4}; \frac{1}{2})$  מקסימום 1) ג.  $(-\frac{3\pi}{4}; \frac{1}{2})$  מינימום,  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{1}{2})$  מקסימום,  $(0; -\frac{1}{2})$  מינימום,

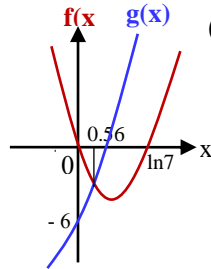


2) טענה III. 3)  $(\frac{\pi}{2}; \frac{1}{2})$  מקסימום,  $(\frac{3\pi}{4}; \frac{1}{2})$  מינימום



(4)

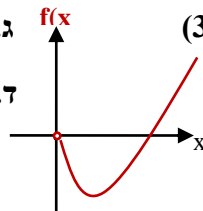
4. א. 1) כל  $x$  2)  $(0;0), (\ln 7; 0)$  3)  $(0.973; -2.7)$  מינימום  
ב. 1)  $(0; -6)$  2)  $3.567$  ג.  $(0.973; 0)$  3)  $1.522$



5. א. 1)  $x > 0$  2)  $(e^2; 0)$  3) תחום החיוביות:  $x > e^2$ , תחום השליליות:  $0 < x < e^2$

ב. 1)  $(e; -2e)$  מינימום 2) לא 3)  $0 < x < e^2, x > e^2$  1) ג.

ד.  $x = e^2$ , מינימום



2) כן:  $x = 0$ ,  $x = e^2$

ה. 1)  $(e; e)$  מקסימום

2)  $1.5e^2$