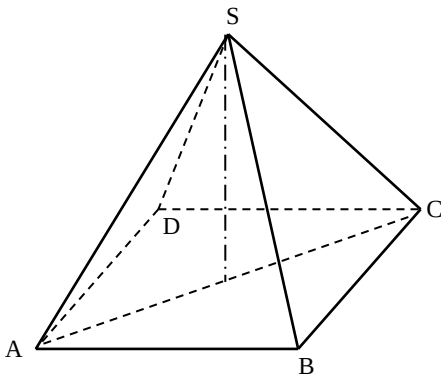


מבחן מס' 1**פרק א- סדרות וטריגונומטריה במרחב**

1. נתונה סדרה חשבונית עולה $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{13}$ בת 13 איברים. הפרש הסדרה הוא d . האיבר השמיני בסדרה קטן פי 30 מסכום כל האיברים שאחריו.
- א. (1) הראו כי מתקיים: $a_1 = -6.4d$ והסבירו מדוע האיבר הראשון של הסדרה הוא מספר שלילי.
- (2) האם קיים n עבורו $a_n = 0$? נמקו.
- (3) מצאו את מספר האיברים החיוביים בסדרה.
- (4) סכום האיברים החיוביים בסדרה הוא 93. מצאו את a_1 ואת d .
- ב. (1) נסמן: a_k הנו האיבר החיובי הקטן ביותר בסדרה. הוכיחו כי המספרים:
 $a_k + 1, a_{k+1}, a_{k+3} - 2$ מהווים סדרה הנדסית ומצאו את המנה של הסדרה ההנדסית.
- (2) $a_k + 1, a_{k+1}, a_{k+3} - 2$ הם שלושת האיברים הראשונים של הסדרה ההנדסית. בסדרה זו ישנם 19 איברים. מצאו את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.



2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן ABCD (ראו ציור). נתון: $BC = 12$ ס"מ, $\angle ACB = 36^\circ$, $\angle BSC = 40^\circ$.
- א. (1) מצאו את גודל הזווית בין מקצוע צדדי לבין בסיס הפירמידה.
- (2) חשבו את הזווית $\angle ASC$.
- (3) חשבו את הזווית $\angle ASB$.
- ב. (1) חשבו את שטח המעטפת של הפירמידה.
- (2) חשבו את נפח הפירמידה.

פרק ב- חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos(2x) - 1 + 2x^2$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

נגדיר פונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f'(x)$.

א. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה $g(x)$.

(3) הראו שגרף הפונקציה $g(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

(4) שרטטו גרף של הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.

ב. היעזרו בתוצאות של סעיף א' וענו על הסעיפים הבאים:

(1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

(2) מעבירים משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

האם ייתכן ששיפוע המשיק הוא 15? נמקו.

ג. חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$, ציר ה- x והישר $x = \pi$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 8 \cdot e^x + 12$.

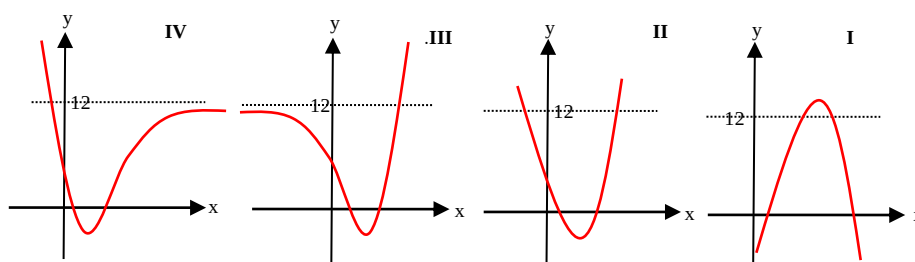
א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

(4) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הישר $y = 12$.

ב. קבעו איזה מן הגרפים הבאים מייצג את גרף הפונקציה $f(x)$. נמק את קביעתך.



ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + m$. גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר x .

(1) מצאו את m .

(2) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$, ציר ה- x וציר ה- y .

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln^2(2x) - 4\ln(2x)$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.

ג. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g'(x) = f(x)$. מצאו את תחום הירידה של הפונקציה $g(x)$.
(לפונקציה $g(x)$ ולפונקציה $f(x)$ אותו תחום הגדרה).

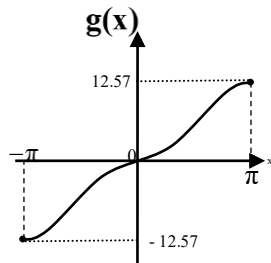
בהצלחה!

תשובות

1. א. 2 לא (3 6 4 $a_1 = -32$, $d = 5$ ב. 1 $q = 2$ (2 1398100

2. א. 1 64.99° (2 50.02° (3 28.78° ב. 1 345.9 סמ"ר (2 554.2 סמ"ק

3. א. 1 הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה



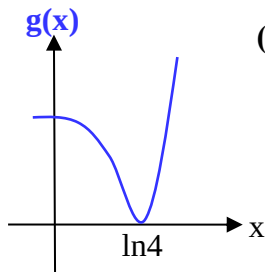
(4 2 $(-\pi; -12.57)$ מינימום מוחלט, $(\pi; 12.57)$ מקסימום מוחלט

ב. 1 תחום עלייה: $0 < x \leq \pi$, תחום ירידה: $-\pi \leq x < 0$

2 לא, כי שיפוע המשיק המקסימלי הוא 12.57

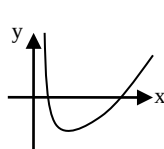
$$2\pi^2 = 19.74 \text{ ג.}$$

4. א. 1 כל x (2 $(0; 5)$, $(\ln 6; 0)$, $(\ln 2; 0)$ (3 $(\ln 4; -4)$ מינימום



(2 $(\ln 8; 12)$ ב. גרף III ג. 1 $m = 4$

(3 5.68



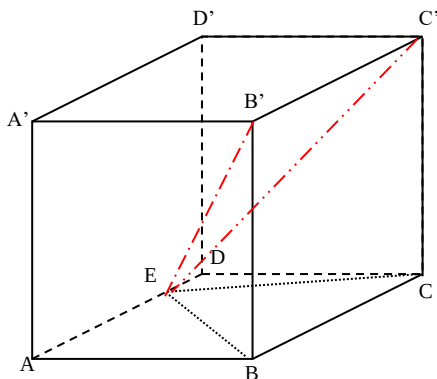
5. א. $x > 0$ ב. $(\frac{e^2}{2}, -4)$ מינימום ג. $(\frac{e^4}{2}; 0)$, $(\frac{1}{2}; 0)$ ד.

$$\text{ה. } \frac{1}{2} < x < \frac{e^4}{2}$$

מבחן מס' 2

פרק א- סדרות וטריגונומטריה במרחב

1. נתונות שתי סדרות חשבוניות: $a_1, a_2, a_3, \dots$ ו- $b_1, b_2, b_3, \dots$.
 הפרש הסדרה $a_1, a_2, a_3, \dots$ הוא $d_1 = 5$ והפרש הסדרה $b_1, b_2, b_3, \dots$ הוא d_2 . האיבר הראשון של הסדרה $b_1, b_2, b_3, \dots$ הוא 24 וסכום עשרת האיברים הראשונים שלה הוא (-30) . נתון: $a_9 = b_5$.
 א. (1) חשבו את d_2 ואת a_1 .
 (2) האיבר האחרון של הסדרה $a_1, a_2, a_3, \dots$ הוא 30.
 מצאו את מספר אברי הסדרה $a_1, a_2, a_3, \dots$.
 ב. מצאו את k עבורו מתקיים: $a_k = b_k + 2$.
 ג. (1) הראו שהמספרים b_6, a_3, b_{30} יוצרים סדרה הנדסית ומצאו את מנת הסדרה.
 (2) b_6, a_3, b_{30} הם שלושת האיברים הראשונים של הסדרה ההנדסית (b_6) (האיבר הראשון).
 האיבר האחרון בסדרה הוא (-18750) . מצאו את מספר אברי הסדרה ההנדסית.



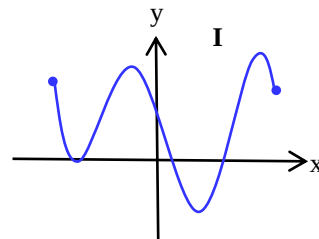
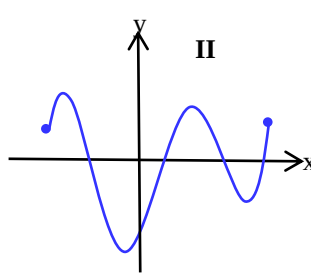
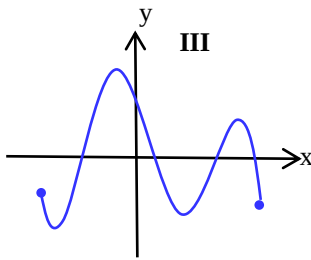
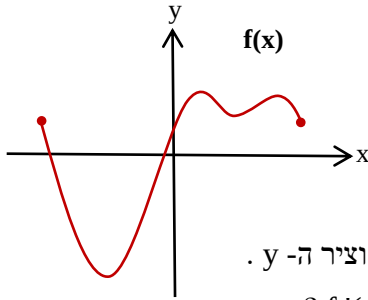
2. נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה מלבן.
 הנקודה E נמצאת על המקצוע AD כך ש- $BE \perp CE$.
 נתון: $BC = 16$ ס"מ, $\angle EBC = 40^\circ$.
 א. (1) חשב את אורך הקטע EB.
 (2) חשב את אורך המקצוע AB.
 ב. אורך אלכסון הפאה $BCC'B'$ הוא 32 ס"מ.
 (1) חשב את נפח התיבה $ABCD A'B'C'D'$.
 (2) חשב את הזווית שיוצר הקטע B'E עם בסיס התיבה.
 (3) חשב את הזווית שיוצר הקטע C'E עם בסיס התיבה.

פרק ב- חזו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**3. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos 2x + 2 \sin x$** בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$ – (ראה ציור).

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ב. מהי נקודת המינימום המוחלט של הפונקציה?

ג. דרך נקודת המינימום המוחלט של הפונקציה מעבירים משיק

לגרף הפונקציה. חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- y .ד. איזה מבין הגרפים הבאים מתאים להיות הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו.

4. בשמורת טבע גדולה נערך מעקב אחר שני סוגים של ציפורים המקננות בשמורה. התברר שמספר הציפורים משני הסוגים משתנה בקצב מעריכי.

במדידה הראשונה, מספר הציפורים מסוג I היה גדול פי 5 ממספר הציפורים מסוג II. כעבור שנה, ירד מספר הציפורים מסוג I ב- 20%. במדידה שנערכה שנתיים לאחר המדידה הראשונה, התברר שמספר הציפורים מסוג I גדול פי 2.048 ממספר הציפורים מסוג II.

א. (1) מצא את קצב הדעיכה של מספר הציפורים מסוג I בשמורה.
(2) מצא את קצב השינוי של הציפורים מסוג II בשמורה.
(3) האם הציפורים מסוג II מתרבות או נכחדות?

ב. נתונות הפונקציות $f(x) = 120 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^x$ ו- $g(x) = 600 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{-x}$ בתחום $x \geq 0$.

(1) מצא לכל אחת מן הפונקציות, את נקודות החיתוך שלה עם הצירים (אם יש כאלה).
(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).
(3) סרטט, באותה מערכת צירים, את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ג. אחת הפונקציות מתארת את מספר הציפורים מסוג I בשמורה כפונקציה של הזמן x , והשנייה מתארת את מספר הציפורים מסוג II בשמורה כפונקציה של הזמן x .

(1) איזו פונקציה מתארת את תהליך השינוי של מספר הציפורים מסוג II? נמק.
(2) מצא את $f(2)$ ו- $g(2)$ ובדוק האם התוצאה תואמת את הנתונים.
(3) האם, בזמן כלשהו לאחר המדידה הראשונה, היה מספר הציפורים מסוג I שווה למספר הציפורים מסוג II? אם כן, כעבור כמה זמן?

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\ln(ax) + 1}$. לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 1$.

א. (1) מצא את a .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(3) הראו שאין לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים.
(4) מצא ואת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
(5) מצא ואת שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.

ב. הפונקציה $f'(x)$ היא הנגזרת של הפונקציה $f(x)$. לפונקציות $f(x)$ ולפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

(1) מצא את נקודת החיתוך של $f'(x)$ עם ציר ה- x .
(2) חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f'(x)$, ציר ה- x והישר $x = 10$.

בהצלחה!

תשובות

1. א. 1) $d_2 = -6$, $a_1 = -40$ 2) $k = 7$ ב. ג. 1) $q = 5$ 2) 6 איברים

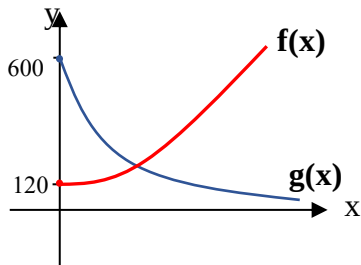
2. א. 1) 12.257 ס"מ 2) 7.879 ס"מ ב. 1) 3493.588 סמ"ק 2) 66.14° 3) 69.64°

3. א. 1) $(-\pi; 1)$ מקסימום, $(-\frac{\pi}{2}; -3)$ מינימום, $(\frac{\pi}{6}; 1.5)$ מקסימום, $(\frac{\pi}{2}; 1)$ מינימום,

$(\frac{5\pi}{6}; 1.5)$ מקסימום, $(\pi; 1)$ מינימום

ב. 1) $(-\frac{\pi}{2}; -3)$ מינימום מוחלט ג. $\frac{3\pi}{2} - 2 = 2.712$ ד. גרף III

4. א. 1) 0.8 2) 1.25 3) מתרבים ב. 1) $f(x) : (0; 120)$, $g(x) : (0; 600)$



2) $f(x)$: תחום עלייה $x \geq 0$, תחום ירידה : אין ;

3) $g(x)$: תחום עלייה: אין, תחום ירידה: $x \geq 0$.

ג. 1) $f(x)$ 2) כן : $g(2) = 2.048 \cdot f(2)$.

3) כן, כעבור 3.61 שנים אחרי המדידה הראשונה

5. א. 1) $a = 1$ 2) $x > \frac{1}{e}$, $0 < x < \frac{1}{e}$ 4) תחום העלייה: $x > 1$,

תחומי הירידה : $\frac{1}{e} < x < 1$, $0 < x < \frac{1}{e}$ 5) $(1; 1)$ מינימום ב. 1) $(1; 0)$ 2) 2.0279