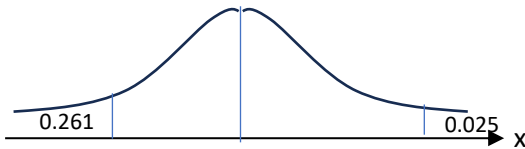


מבחן מתכונת מס' 1

פתרון שאלה מס' 1



א. נמצא את ציון התקן של משקל הכבשים שמשקלם 20.88 ק"ג.

$$P(x > 20.88) = 0.025 \text{ נתון:}$$

$$P(x < 20.88) = 1 - 0.025 = 0.975 \text{ , לכן}$$

ציון התקן המתאים על פי הטבלה ל- $x = 20.88$ הוא $z = 1.96$.

$$P(x < 13.08) = 0.261 \text{ . על פי הטבלה , ציון התקן המתאים ל- } x = 13.08$$

הוא $z = -0.64$, מתקבלות המשוואות:

$$-0.64 = \frac{13.08 - \bar{x}}{S} \Rightarrow -0.64S = 13.08 - \bar{x} \text{ , } 1.96 = \frac{20.88 - \bar{x}}{S} \Rightarrow 1.96S = 20.88 - \bar{x}$$

$$\Rightarrow 1.96S + 0.64S = 20.88 - 13.08 \Rightarrow 2.6S = 7.8 \Rightarrow S = 3$$

$$\Rightarrow 1.96 \cdot 3 = 20.88 - \bar{x} \Rightarrow \bar{x} = 15$$

ב. ציון התקן של משקל הכבשים ששוקלים פחות מ- 7.2 ק"ג הוא : $z = \frac{7.2 - 15}{3} = -2.6$.

החלק שנמצא מתחת למשקל זה הוא $P = 0.0046$. מספר הכבשים שמשקלם קטן מ- 7.2 ק"ג הוא

$$400 \cdot 0.0046 = 1.84 \text{ , כלומר , בערך 2 כבשים.}$$

ג. 1) על פי התנאים בחורף , כל כבש מאבד $\frac{1}{5}$ ממשקלו , לכן , המשקל הממוצע יהווה $\frac{4}{5}$ מן המשקל

$$\text{בקיץ , כלומר ק"ג } 12 = \frac{4}{5} \cdot 15 \text{ וסטיית התקן תהווה } \frac{4}{5} \text{ מסטיית התקן בקיץ , כלומר } \frac{4}{5} \cdot 3 = 2.4$$

בדיקה:

$$\text{המשקל של } 2.5\% \text{ מן הכבשים גבוה מ- ק"ג } 16.704 = \frac{4}{5} \cdot 20.88 \text{ (לאחר איבוד } \frac{1}{5} \text{ מהמשקל)}$$

$$\text{והמשקל של } 26.1\% \text{ מן הכבשים נמוך מ- ק"ג } 10.464 = \frac{4}{5} \cdot 13.08 \text{ .}$$

מתקבלות המשוואות:

$$-0.64 = \frac{10.464 - \bar{x}}{S} \Rightarrow -0.64S = 10.464 - \bar{x}$$

$$16.704 - \bar{x} = 1.96S \Leftarrow 1.96 = \frac{16.704 - \bar{x}}{S}$$

$$\Rightarrow 1.96S + 0.64S = 16.704 - 10.464 \Rightarrow 2.6S = 6.24 \Rightarrow S = 2.4$$

$$\Rightarrow 1.96 \cdot 2.4 = 16.704 - \bar{x} \Rightarrow \bar{x} = 12$$

$$z = \frac{7.2 - 12}{2.4} = -2 \quad (2) \text{ ציון התקן של משקל הכבשים ששוקלים פחות מ-7.2 ק"ג הוא : } -2$$

מקבלים : $P(x < 7.2) = 0.0227$. שני כבשים עברו לטיפול מיוחד , לכן מספר הכבשים שמשקלם

קטן מ-7.2 ק"ג הוא $398 \cdot 0.0227 = 9.03$ כלומר , בערך 9 כבשים.

פתרון שאלה מס' 2

$$\bar{x} = \frac{5+4+10+8+6+3}{6} \Rightarrow \bar{x} = 6 \quad (1) \text{ א.}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{(5-6)^2 \cdot 1 + (4-6)^2 \cdot 1 + (10-6)^2 \cdot 1 + (8-6)^2 \cdot 1 + (6-6)^2 \cdot 1 + (3-6)^2 \cdot 1}{6}} \Rightarrow S_x = 2.38$$

$$\bar{y} = \frac{10+13+6+8+9+14}{6} \Rightarrow \bar{y} = 10 \quad (2)$$

$$S_y = \sqrt{\frac{(10-10)^2 \cdot 1 + (13-10)^2 \cdot 1 + (6-10)^2 \cdot 1 + (8-10)^2 \cdot 1 + (9-10)^2 \cdot 1 + (14-10)^2 \cdot 1}{6}} \Rightarrow S_y = 2.77$$

ב. על פי דיאגרמת הפיזור ניתן לראות שיש מתאם הפוך , כלומר , ככל שמספר שעות אימוני הכושר גדול

יותר , מספר שעות הצפייה בטלוויזיה קטן יותר. לכן , מקדם המתאם שלילי : $r = -0.96$

$$m = r \cdot \frac{S_y}{S_x} = -0.96 \cdot \frac{2.77}{2.38} = -1.12 \quad (1) \text{ ג. נמצא את שיפוע קו הרגרסיה : } m$$

$$y - \bar{y} = m(x - \bar{x}) \Rightarrow y - 10 = -1.12(x - 6) \Rightarrow y = -1.12x + 16.72 \quad \text{משוואת קו הרגרסיה:}$$

$$y = -1.12 \cdot 12 + 16.72 = 3.28 \quad (2) \text{ עבור } x = 12 \text{ מקבלים}$$

ד. כל אחד מערכי y קטן ב-2 שעות , לכן הממוצע של ערכי y קטן ב-2 : $\bar{y} = 8$

אם סטיית התקן לא משתנה וגם מקדם המתאם אינו משתנה. ישר הרגרסיה המתקבל:

$$y - 8 = -1.12(x - 6) \Rightarrow y = -1.12x + 14.72$$

פתרון שאלה מס' 3

נסמן: A – קבוצת אנשי הסגל המועסקים במישרות בכירות

B – קבוצת אנשי הסגל העובדים קבוע מהבית

נתונים: $P(A) = 0.2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0.8$

$$P(B/A) = 0.6 \Rightarrow \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = 0.6 \Rightarrow \frac{P(B \cap A)}{0.2} = 0.6 \Rightarrow P(B \cap A) = 0.12$$

$$P(B/\bar{A}) = 0.55 \Rightarrow \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = 0.55 \Rightarrow \frac{P(B \cap \bar{A})}{0.8} = 0.55 \Rightarrow P(B \cap \bar{A}) = 0.44$$

א. צריך לחשב: $P(A/B)$.

ניעזר בטבלה:

	$\bar{A}$	A	
0.56	0.44	0.12	B
0.44	0.36	0.08	$\bar{B}$
1	0.8	0.2	

$$P(A/B) = \frac{0.12}{0.56} = \frac{3}{14} \quad \text{מכאן:}$$

ב. צריך לחשב: $P(A/\bar{B})$

$$P(A/\bar{B}) = \frac{0.08}{0.44} = \frac{2}{11} \quad \text{חישוב:}$$

ג. נחשב את אחוז אנשי הסגל העובדים מן הבית מבין אנשי הסגל המועסקים במישרות בכירות:

$$P(B/A) = \frac{0.12}{0.2} = \frac{3}{5} = 60\% > 50\%$$

הטענה נכונה

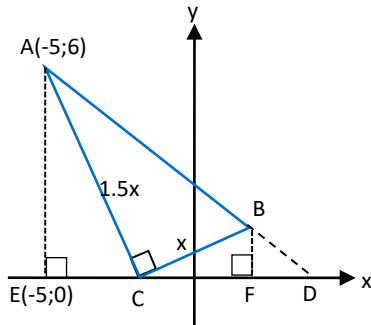
ד. ההסתברות לבחור איש סגל שעובד מהבית מבין אנשי הסגל שאינם מועסקים במישרות בכירות

היא: $P(B/\bar{A}) = 0.55$ (נתון) לכן ההסתברות לבחור איש סגל שאינו עובד מהבית, מבין

אנשי הסגל שאינם מועסקים במישרות בכירה, היא 0.45.

ההסתברות לבחור, אנשי סגל שאינם מועסקים במישרות בכירות, שני אנשי סגל שאחד מהם

עובד מהבית והאחר אינו עובד מהבית היא: $2 \cdot 0.55 \cdot 0.45 = 0.495$

פתרון שאלה מס' 4

א. (1) $\angle AEC = \angle BFC = 90^\circ$ (נתון)

נסמן: $\angle EAC = \alpha$ ונקבל: $\angle ECA = 90^\circ - \alpha$.

(נתון) $\angle ACB = 90^\circ$

$$\angle BCF = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha \Leftarrow$$

(זוויות המשלימות לזווית שטוחה)

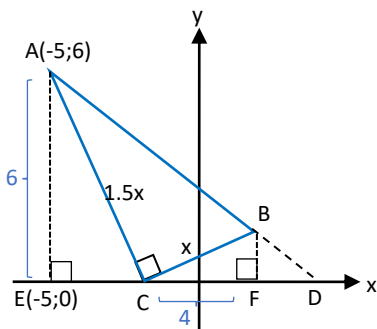
$$\Rightarrow \angle EAC = \angle BCF = \alpha$$

(משפט דמיון ז.ז.) $\Rightarrow \triangle AEC \sim \triangle CFB$

$$(2) \quad \frac{AE}{CF} = \frac{EC}{FB} = \frac{AC}{CB} \quad (\text{יחס צלעות מתאימות במשולשים דומים})$$

$AC = 1.5 \cdot BC$ (נתון) לכן נסמן $BC = x$, $AC = 1.5x$.

$$\frac{6}{CF} = \frac{1.5x}{x} \Rightarrow \frac{6}{CF} = 1.5 \Rightarrow CF = 4 \quad \text{נציב: } AE = 6 \quad \text{על פי שיעורי הנקודה A מקבלים}$$



$$\Leftarrow \frac{6 \cdot EC}{2} = 9 \Leftarrow \frac{AE \cdot EC}{2} = 9 \Leftarrow S_{\triangle AEC} = 9 \quad \text{ב. (1) נתון:}$$

מקבלים: $EC = 3 \Rightarrow C(-2;0)$

$$x_C = -2, CF = 4 \Rightarrow x_F = x_B = 2 \quad (2)$$

$$\text{שיפוע הישר AC הוא } m_{AC} = \frac{6-0}{-5+2} = -2$$

BC מאונך ל-AC לכן $m_{BC} = \frac{1}{2}$ ומשוואת הישר BC היא:

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x + 2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$x_B = 2 \Rightarrow y_B = 2 \Rightarrow B(2;2)$$

$$\text{או: } B(2;2) \Leftarrow FB = 2 \Leftarrow \frac{6}{4} = \frac{3}{FB} \Leftarrow \frac{AE}{CF} = \frac{EC}{FB}$$

$$\text{ג. } y = -\frac{4}{7}x + \frac{22}{7} \Leftarrow y - 2 = -\frac{4}{7}(x - 2) \Leftarrow m_{AB} = \frac{6-2}{-5-2} = -\frac{4}{7} : \text{ משוואת הישר AB}$$

$$\text{נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- x: } x = 5.5 \Leftarrow 4x = 22 \Leftarrow 0 = -\frac{4}{7}x + \frac{22}{7}$$

$$\Rightarrow D(5.5;0) \Rightarrow S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot 7.5 \cdot 6 \Rightarrow S_{\triangle ACD} = 22.5$$

פתרון שאלה מס' 5

א. 1) נתון: $M(-10;6)$, MA מקביל לציר ה- x לכן $A(0;6)$

אורך הרדיוס MA הוא 10 לכן משוואת המעגל היא:

$$(x+10)^2 + (y-6)^2 = 100$$

$$E(-10;-4) \leftarrow y_E = 6-10 = -4 \quad (2)$$

(3) נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x :

$$y=0 \Rightarrow (x+10)^2 + 36 = 100 \Rightarrow (x+10)^2 = 64 \Rightarrow$$

$$x+10 = \pm 8 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = -18$$

מקבלים: $C(-2;0)$, $B(-18;0)$

$$S_{MBEC} = \frac{BC \cdot ME}{2} = \frac{16 \cdot 10}{2} = 80 \quad (4)$$

(שטח מרובע שאלכסוניו מאונכים שווה למחצית מכפלת האלכסונים)

(5) במשולש MBD : $MB = 10$, $BD = 8$

$$\Rightarrow \sin \angle DMB = \frac{8}{10} \Rightarrow \angle DMB = 53.13^\circ$$

במשולש DCE : $DE = 10 - 6 = 4$, $DC = 8$

$$\tan \angle DCE = \frac{4}{8} \Rightarrow \angle DCE = 26.565^\circ$$

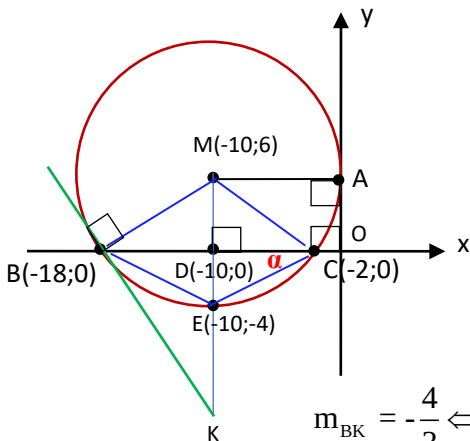
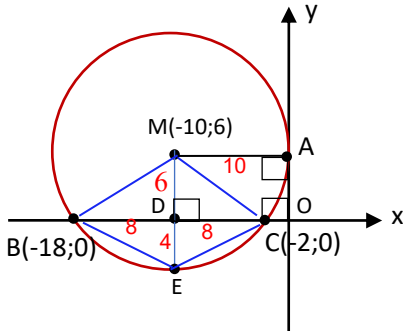
$$2 \cdot 26.565^\circ = 53.13^\circ \Rightarrow \angle EMB = 2 \cdot \angle BCE$$

ב. 1) המשיק למעגל מאונך לרדיוס MB . לכן: $m_{BK} = -\frac{4}{3} \leftarrow m_{MB} = \frac{6-0}{-10+18} = \frac{3}{4}$

$$y = -\frac{4}{3}x - 24 \leftarrow y - 0 = -\frac{4}{3}(x+18) : BK \text{ משוואת המשיק}$$

$$y_K = -\frac{4}{3}(-10) - 24 = -10\frac{2}{3} \leftarrow x_K = -10 \leftarrow x = -10 : MK \text{ משוואת הישר}$$

מקבלים: $K(-10; -10\frac{2}{3})$



פתרון שאלה מס' 6

$$x^2 - x \neq 0 \Rightarrow x(x-1) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, x \neq 1 \quad (1 \text{ א.})$$

$$x \rightarrow 0, y \rightarrow \infty \Rightarrow x = 0 \quad \text{אסימפטוטה מאונכת לציר ה-} x \quad (2)$$

$$x \rightarrow 1, y \rightarrow \infty \Rightarrow x = 1 \quad \text{אסימפטוטה מאונכת לציר ה-} x$$

$$x \rightarrow \pm \infty, y \rightarrow \frac{x^2}{x^2} \rightarrow 1 \Rightarrow y = 1 \quad \text{אסימפטוטה מאונכת לציר ה-} y$$

$$1.5 = \frac{2^2 - 2 + a}{2^2 - 2} \Rightarrow 1.5 = \frac{2 + a}{2} \Rightarrow 3 = 2 + a \Rightarrow a = 1 \quad \text{ב. נציב } (2; 1.5) \text{ במשוואת הפונקציה:}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x-1)(x^2-x) - (2x-1)(x^2-x+1)}{(x^2-x)^2} = \quad (1 \text{ ג.})$$

$$= \frac{2x^3 - 2x^2 - x^2 + x - (2x^3 - 2x^2 + 2x - x^2 + x - 1)}{(x^2 - x)^2} \Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{-2x+1}{(x^2-x)^2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{0.25 - 0.5 + 1}{0.25 - 0.5} = -3 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}; -3\right)$$

x	x < 0	0	0 < x < 0.5	0.5	0.5 < x < 1	1	x > 1
f'(x)	+		+	0	-		-
f(x)	↗		↗		↘		↘

הנקודה $\left(\frac{1}{2}; -3\right)$ היא נקודת מקסימום של הפונקציה

(2) תחומי העלייה: $x < 0, 0 < x < 0.5$

(3) תחומי הירידה: $0.5 < x < 1, x > 1$

ד. הפונקציה $g(x)$ היא הזזה אנכית של הפונקציה $f(x)$,
3 יחידות כלפי מעלה:

לכן:

(1) האסימפטוטות הן: $x = 0, x = 1, y = 4$

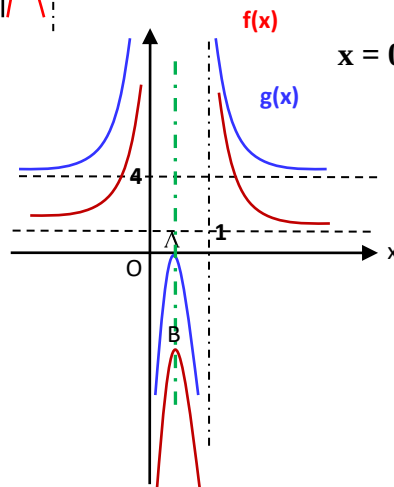
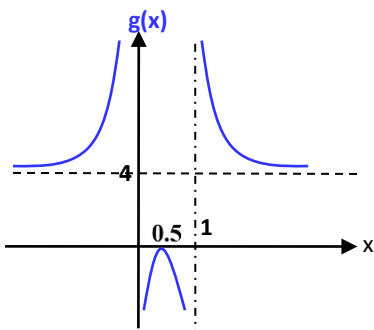
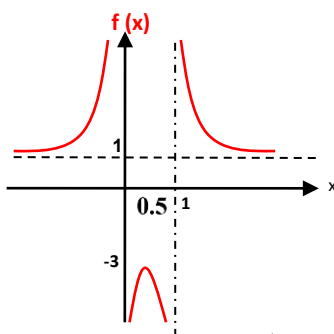
(2) גרף הפונקציה $g(x)$ אינו נחתך עם

הישר $y = 3$, לכן, אין פתרון

למשוואה $g(x) = 3$

(3) $AB = 3, OA = 0.5$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{0.5 \cdot 3}{2} = 0.75$$



פתרון שאלה מס' 7א. תחום ההגדרה: $x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$

$$ב. f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+3}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{x+3}} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x+3}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+3} = 1 \Rightarrow x + 3 = 1 \Rightarrow x = -2$$

ג. הגרף המתאים הוא גרף III.

הפונקציה $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}} - 1$ לא מוגדרת עבור $x = -3$, לכן גרף I. נפסל.

x	-3	$x < -2$	$-2 < x$	$x > -2$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		↗		↘

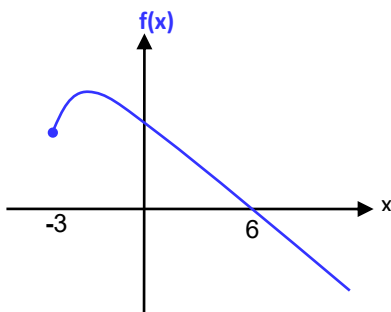
על פי נקודת האפס, תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f'(x)$ הגרף המתאים הוא רק גרף III.

ד. (1) על פי הטבלה שרשמנו בסעיף הקודם:

תחום העלייה: $-3 < x < -2$, תחום הירידה: $x > -2$

(2)

x	-3	$x < -2$	$-2 < x$	$x > -2$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	מינימום	↗	מקסימום	↘



$$f(-3) = 3, f(-2) = 4$$

על פי תחומי העלייה והירידה:

נקודות מינימום, $(-3; 3)$, נקודת מקסימום $(-2; 4)$

(4)

$$0 = 2\sqrt{x+3} - x \Rightarrow x = 2\sqrt{x+3} \Rightarrow (3)$$

$$x^2 = 4(x+3) \Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow$$

 $x = 6$, $x = -2$. בדיקה: עבור $x = 6$ מקבלים $2\sqrt{6+3} - 6 = 0$, עבור $x = -2$ מקבלים

$$2\sqrt{-2+3} + 2 = 4 \neq 0. \text{ לכן, הפתרון היחיד הוא } x = 6 \text{ ומתקבלת רק הנקודה } (6; 0).$$

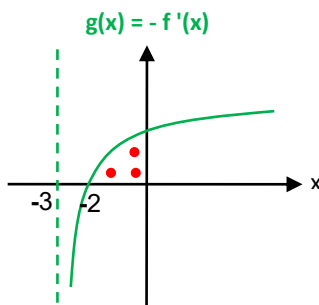
ה. עבור $x > -2$ הפונקציה $f(x)$ יורדת, לכן $f'(x)$ שלילית.

$$g(x) = -f'(x), \text{ לכן } g(x) \text{ חיובית בתחום } x > -2.$$

$$g(-2) = 0 \text{ לכן } f'(-2) = 0$$

גרף הפונקציה $g'(x)$ הוא:

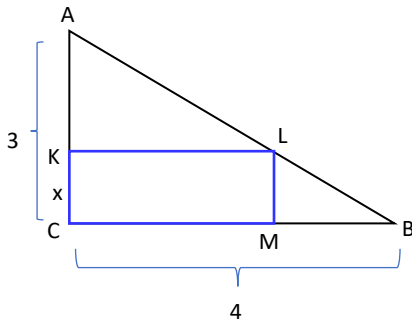
מקבלים:



$$S = \int_{-2}^0 g(x) dx = \int_{-2}^0 -f'(x) dx =$$

$$= [-f(x)]_{-2}^0 = -f(0) + f(-2) = -2\sqrt{3} + 4 = \mathbf{0.536}$$

פתרון שאלה מס' 8



א. נתון: $AC=3$, $BC=4$, $KL=x$. ניעזר בדמיון משולשים:

$$\Delta AKL \sim \Delta ACB \Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{KL}{CB} \Rightarrow$$

$$\frac{3-x}{3} = \frac{KL}{4} \Rightarrow 3KL = 4(3-x) \Rightarrow$$

$$KL = \frac{12-4x}{3} \Rightarrow \mathbf{KL = 4 - \frac{4}{3}x}$$

$$S_{KLMC} = KL \cdot KC \quad \text{ב.}$$

נבטא את שטח המלבן KLMC כפונקציה של x :

$$S(x) = x \cdot \left(4 - \frac{4}{3}x\right) \Rightarrow S(x) = 4x - \frac{4}{3}x^2$$

תחום ההגדרה של הפונקציה $S(x)$ הוא $0 < x < 3$,

נמצא את הערך של x בתחום הנ"ל עבורו שטח המלבן מקסימלי:

$$S'(x) = 4 - \frac{8}{3}x = 0 \Rightarrow \frac{8}{3}x = 4 \Rightarrow x = 1.5$$

x	0	$< x <$	1.5	$< x <$	3
$S'(x)$		+	0	-	
$S(x)$		$\nearrow$	מקסימום	$\searrow$	

קיבלנו: שטח המלבן KLMC מקסימלי עבור $x = 1.5$.

ג. עבור $x = 1.5$ מקבלים $KC = 1.5$, $KL = 4 - \frac{4}{3} \cdot 1.5 = 2$, לכן,

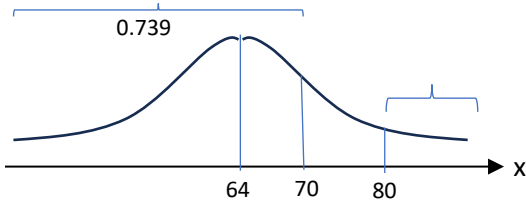
השטח המקסימלי של המלבן KLMC הוא $1.5 \cdot 2 = 3$.

מסקנה: **לא יתכן** ששטח המלבן KLMC הוא 4.

ד. כאשר שטח המלבן מקסימלי, צלעותיו הם $KC = LM = 1.5$, $KL = CM = 2$.

ולכן היקף המלבן הוא 7.

מבחן מתכונות מס' 2

פתרון שאלה מס' 1

א. ציון התקן של $x = 70$, $P = 0.739$ (ההסתברות), על פי

הטבלה הוא $z = 0.64$.

$$0.64 = \frac{70 - 64}{S} \Rightarrow S = 9.375 \text{ מ"ס} \text{ מקבלים}$$

ב. צריך למצוא את P עבור $x > 80$:

אחוז הפרחים שגובהם עולה על 80 ס"מ :

$$z = \frac{80 - 64}{9.375} = 1.71 \Rightarrow P = 1 - 0.9564 = 0.0436 \Rightarrow 4.36\%$$

ג. גובה הפרחים המועדים לגינות ציבוריות הוא בין 70 ס"מ ל- 80 ס"מ .

נתון : עבור $x < 70$, $P = 0.739$

עבור $x < 80$, $P = 0.9564$. לכן, עבור $70 < x < 80$ מקבלים:

$P = 0.9564 - 0.739 = 0.2174$. לכן, מספר הפרחים המיועדים לגינות ציבוריות הוא

$$5000 \approx 0.2174 \cdot 23000 \text{ פרחים.}$$

ד. אם ההסתברות P שווה בשני המקרים, הרי שציון התקן הוא אותו ציון תקן.

על פי נתוני העונה הקודמת: $z = \frac{76 - 64}{9.375} = 1.28$. סטיית התקן החדשה היא

$$1.28 = \frac{76 - \bar{x}}{8.375} \Rightarrow \bar{x} = 65.28 \text{ מ"ס} \text{ לכן : } S = 8.375$$

פתרון שאלה מס' 2

$$\bar{x} = \frac{46 + 60 \cdot 2 + 64 + 70 \cdot 2 + 85}{7} \Rightarrow \bar{x} = 65 \quad \text{א.}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{(46-65)^2 + (60-65)^2 \cdot 2 + (64-65)^2 + (70-65)^2 \cdot 2 + (85-65)^2}{7}} \Rightarrow S_x = 11.1$$

$$\bar{y} = \frac{69 + 60 + 68 + 55 + 80 \cdot 2 + 78}{7} \Rightarrow \bar{y} = 70 \quad \text{ב. (1)}$$

$$(2) \text{ שיפוע קו הרגרסיה: } m = r \cdot \frac{S_y}{S_x} = 0.495 \cdot \frac{9.21}{11.1} = 0.41$$

$$. y - \bar{y} = 0.41(x - \bar{x}) \Rightarrow y - 70 = 0.41(x - 65) \Rightarrow y = 0.41x + 43.35$$

$$y = 0.41 \cdot 50 + 43.35 = 63.85 \approx 64 \quad \text{ג.}$$

ד. I. סטיית התקן של המשתנה y :

$$S_y = \sqrt{\frac{(69-70)^2 + (60-70)^2 + \dots + (78-70)^2}{7}}$$

משתנה עקב השינוי :

$$S_y = \sqrt{\frac{(75.9-77)^2 + (66-77)^2 + \dots}{7}}$$

כל אחד מן ההפרשים גדל : $(75.9-77)^2 > (69-70)^2$, לכן , סטיית התקן S_y תגדל.

II. הנוסחה לחישוב מקדם המתאם הוא :

$$r = \frac{1}{N \cdot S_x \cdot S_y} (x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})$$

עקב השינוי , יגדל כל ציון y במועד ב' ב- 10% וגם הממוצע $\bar{y}$ יגדל ב- 10% , לכן כל אחד מן

ההפרשים $(y_n - \bar{y})$ יגדל ב- 10% אך גם S_y יגדל ב- 10% , לכן ,

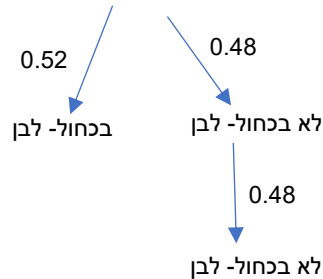
מקדם המתאם r לא ישתנה

$$\text{III. שיפוע קו הרגרסיה הוא } m = r \cdot \frac{S_y}{S_x} \text{ אם } r \text{ לא השתנו ו- } S_y \text{ גדל ,}$$

הרי ששיפוע קו הרגרסיה יגדל .

פתרון שאלה מס' 3

$$6x + 0.52 = 1 \Rightarrow x = 0.08 \Rightarrow 5x = 0.4$$



$$0.48 \cdot 0.48 = 0.2304 \quad \text{ב. (1)}$$

(2) ההסתברות לחנות בחינם

היא 0.08 לכן ההסתברות

לא לחנות בחינם היא 0.92

ההסתברות לחנות בחינם

לפחות באחד משני הימים, היא המשלים של ההסתברות לא למצוא חנייה בחינם בשני הפעמים:

$$1 - 0.92^2 = 0.1536$$

ג. (1) הסתברות מותנית: התנאי- שמירי חנתה בחינם לפחות באחד מן הימים ($p = 0.1536$)

הדרישה הנוספת: באחד הימים היא חנתה בכחול לבן.

$$\frac{0.52 \cdot 0.08 + 0.08 \cdot 0.52}{0.1536} = \frac{13}{24} \quad \text{חישוב:}$$

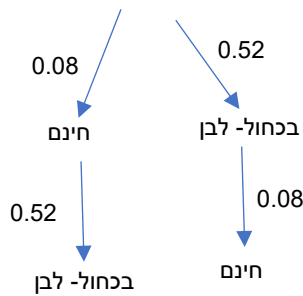
(2) ידוע שמירי חנתה לפחות באחד מן הימים בחינם.

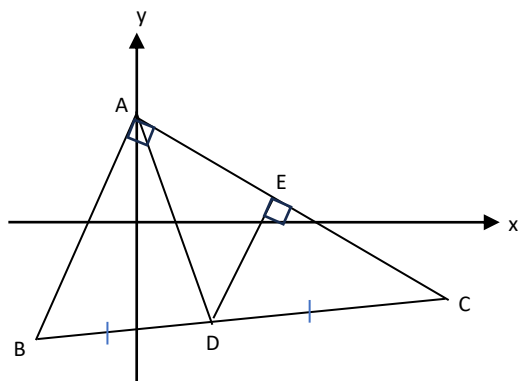
לכן, האפשרויות הן: ביום הראשון בחינם וביום השני

בחניון, בעלות 40 ש"ח או להיפך.

ההסתברות המותנית היא: $0.08 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.08 = 0.064$

$$\frac{0.08 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.08}{0.1536} = \frac{0.064}{0.1536} = \frac{5}{12}$$



פתרון שאלה מס' 4

א. (1) נתון: $BD = DC$, $\angle BAC = 90^\circ$,

$$DE \perp AC \Rightarrow \angle DEC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BAC = \angle DEC \Rightarrow AB \parallel DE$$

(ישרים שיוצרים זוג זוויות מתאימות)

שוות הם ישרים מקבילים) $\Leftarrow$

DE קטע אמצעים במשולש ABC

(קטע היוצא מאמצע הצלע במשולש ומקביל לצלע שנייה, הנו קטע אמצעים במשולש)

$\Leftarrow$ E אמצע הצלע AC

(2) AD תיכון ליתר במשולש ישר- הזווית ABC

לכן $AD = BD = DC$ (התיכון ליתר שווה למחצית היתר)

או: במשולש ADC הקטע DE הוא גם תיכון וגם גובה

לצלע AC, לכן המשולש שווה-שוקיים ולכן $AD = DC$.

(3) $\angle BAC = \angle DEC = 90^\circ$, $\angle C = \angle C$ (זווית משותפת)

$$\Leftarrow \triangle BAC \sim \triangle DEC \text{ על פי משפט דמיון ז.ז.}$$

ב. (1) הנקודה A נמצאת על ציר ה-y וגם על הישר

$$y = -1.1x + 2, \text{ לכן מקבלים } A(0;2)$$

נתון: $E(6;0.5)$ לכן שיפוע הישר AC הוא

$$\Leftarrow m_{AB} = 4 \Leftarrow AB \perp AC \quad m = \frac{2 - 0.5}{0 - 6} = -\frac{1}{4}$$

$$y = 4x + 2 : \text{ משוואת הישר AB}$$

(2) הנקודה $E(6;0.5)$ היא אמצע הצלע AC, לכן:

$$.6 = \frac{0 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = 12, \quad 0.5 = \frac{2 + y_C}{2} \Rightarrow y_C = -1 \Rightarrow C(12; -1)$$

ג. (1) הנקודה B נמצאת על הישר $y = 4x + 2$, לכן נוכל לסמן: $B(x; 4x+2)$

אורך הקטע BC הוא $\sqrt{221}$ לכן מתקבלת המשוואה:

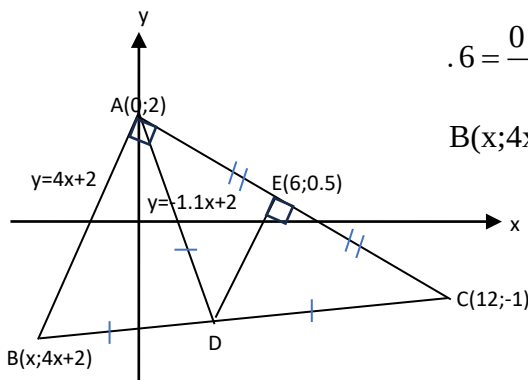
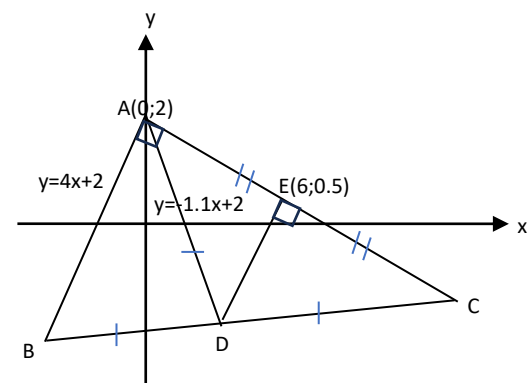
$$\sqrt{(x-12)^2 + (4x+2+1)^2} = \sqrt{221} \Rightarrow$$

$$(x-12)^2 + (4x+3)^2 = 221 \Rightarrow$$

$$x^2 - 24x + 144 + 16x^2 + 24x + 9 = 221 \Rightarrow 17x^2 = 68 \Rightarrow x^2 = 4$$

$$x_B < 0 \Rightarrow x_B = -2 \Rightarrow B(-2; -6)$$

(2) במשולש ישר הזווית ABC ידוע:



$$\tan \angle BCT = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle BCT = 26.565^\circ$$

$$MA = MC \quad (\text{רדיוסים שווים}) \quad \text{לכן}$$

$$\angle CAM = \angle BCT = 26.565^\circ \Rightarrow \angle CMA = 180^\circ - 2 \cdot 26.565^\circ = 126.87^\circ$$

פתרון שאלה מס' 6

א. לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת - נקודת החיתוך היחידה של $f'(x)$ עם ציר ה- x .
בנקודה זו הגרף עובר מחיוביות לשליליות לכן זאת נקודת מקסימום של $f(x)$.
לגרף הפונקציה $g(x)$ יש שתי נקודות קיצון - גרף פונקציית הנגזרת חותך את ציר ה- x בשתי נקודות. בנקודה שנמצאת בתחום $x < 4$ הגרף עובר מחיוביות לשליליות לכן יש לפונקציה נקודת מקסימום בתחום זה. בתחום $x > 4$ הגרף עובר משליליות לחיוביות, לכן יש לפונקציה $g(x)$ נקודת מינימום בתחום זה.

ב. (1) תחום ההגדרה: $x - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4 \Rightarrow x < 4 \text{ או } x > 4$

$$h(x) = x + 1 + \frac{9}{x-4} \Rightarrow h'(x) = 1 + \frac{0 - 9 \cdot 1}{(x-4)^2} \Rightarrow h'(x) = 1 - \frac{9}{(x-4)^2} = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{9}{(x-4)^2} \Rightarrow (x-4)^2 = 9 \Rightarrow (x-4) = \pm 3 \Rightarrow x = 7, x = 1$$

x	$x < 1$	1	$1 < x < 4$	4	$4 < x < 7$	7	$x > 7$
$h'(x)$	+	0	-		-	0	+
$h(x)$	$\nearrow$	max	$\searrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$$h(1) = 1 + 1 + \frac{9}{1-4} = -1, h(7) = 7 + 1 + \frac{9}{7-4} = 11$$

מקבלים: נקודת מקסימום, $(1; -1)$, נקודת מינימום $(7; 11)$

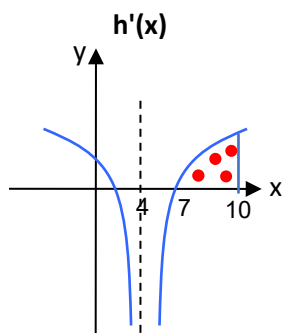
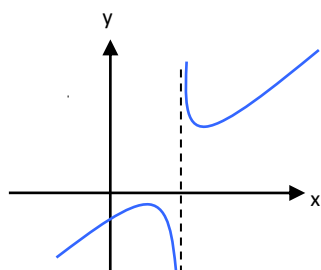
תחומי העלייה: $x < 1$, $x > 7$;

(3) תחומי הירידה: $1 < x < 4$, $4 < x < 7$

ג. (1) הגרף המתאים הוא גרף הפונקציה $g'(x)$

על פי ממצאי סעיף א. לכן: $h(x) = g'(x)$

(2) חישוב השטח המבוקש:



$$S = \int_7^{10} h'(x) dx = [h(x)]_7^{10} = h(10) - h(7) =$$

$$= \left(10 + 1 + \frac{9}{10-4}\right) - \left(7 + 1 + \frac{9}{7-4}\right) = 12.5 - 11 = 1.5$$

פתרון שאלה מס' 7

א. 1) נמצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$:

$$g'(x) = -2x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow g(-3) = -(-3)^2 - 6 \cdot (-3) - 10 = -1$$

קיבלנו: **A(-3;-1)**

2) נציב את שיעורי הנקודה A בפונקציה $f(x)$:

$$-1 = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + b \Rightarrow -1 = 9 - 18 + b \Rightarrow b = 8$$

ב. הנקודות B ו-C הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נציב את הערך של b ונקבל:

$$0 = x^2 + 6x + 8 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 8}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = -4$$

קיבלנו: **B(-4;0)**, **C(-2;0)**

ג. נחשב תחילה את כל השטח המוגבל בין הגרפים של שתי הפונקציות וציר ה- x :

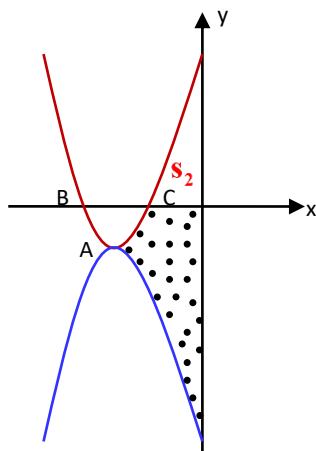
$$\int_{-3}^0 ((x^2 + 6x + 8) - (-x^2 - 6x - 10)) dx = \int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 8 + x^2 + 6x + 10) dx = \int_{-3}^0 (2x^2 + 12x + 18) dx =$$

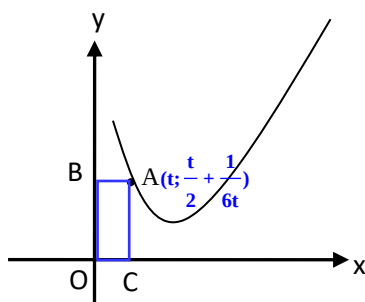
$$= \left[\frac{2x^3}{3} + \frac{12x^2}{2} + 18x \right]_{-3}^0 = 0 - (-18 + 54 - 54) = 18$$

נחשב כעת את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x וציר ה- y (השטח המסומן S_2 בצירור):

$$S_2 = \int_{-2}^0 (x^2 + 6x + 8) dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} + 8x \right]_{-2}^0 = 0 - \left(\frac{-8}{3} + 12 - 16 \right) = 6\frac{2}{3}$$

לכן, השטח המבוקש הוא: $18 - 6\frac{2}{3} = 11\frac{1}{3}$



פתרון שאלה מס' 8

א. שיעורי הנקודה A : $A(t; \frac{t}{2} + \frac{1}{6t})$.

מקבלים: $B(0; \frac{t}{2} + \frac{1}{6t})$ לכן אורך הצלעות

AB ו-OC הוא t.

$C(t; 0)$ לכן אורך הצלעות AC ו-BO הוא $\frac{t}{2} + \frac{1}{6t}$.

מקבלים: $t > 0$, $P(t) = 3t + \frac{1}{3t}$ $\Rightarrow P(t) = 2t + 2\left(\frac{t}{2} + \frac{1}{6t}\right) = 2t + t + \frac{1}{3t}$

$$P(t) = 3t + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow P'(t) = 3 - \frac{1}{3t^2} = 0 \Rightarrow 9t^2 = 1 \Rightarrow t = \pm \frac{1}{3}$$

$$t > 0 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$$

t	0	$0 < t < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$t > \frac{1}{3}$
$P'(t)$		-	0	+
$P(t)$		$\searrow$	מינימום	$\nearrow$

קיבלנו: עבור $t = \frac{1}{3}$ היקף המלבן ABOC מינימלי

ב. עבור $t = \frac{1}{3}$ מקבלים $A(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$. הנגזרת של הפונקציה $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{6x}$ היא

$f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6x^2}$, לכן, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A הוא

$$f'(\frac{1}{3}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6 \cdot \frac{1}{9}} = -1$$

$$y - \frac{2}{3} = -1(x - \frac{1}{3}) \Rightarrow y = -x + 1$$