

מבחן מתכונת מס' 1

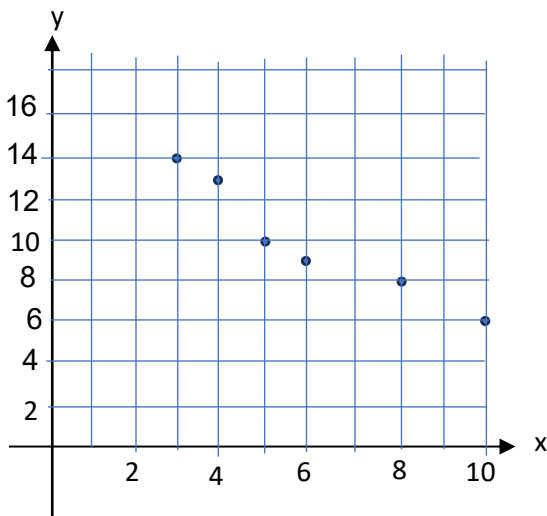
פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. בחווה חקלאית גדולה מגדלים כבשים. באחד מימי הקיץ הוחלט לבדוק את משקל הכבשים הבוגרים בחווה. התברר שמשקל הכבשים מתפלג נורמלית. המשקל של 2.5% מן הכבשים גבוה מ-20.88 ק"ג והמשקל של 26.1% מן הכבשים נמוך מ-13.08 ק"ג.
 - א. מצאו את המשקל הממוצע של הכבשים בחווה ואת סטיית התקן.
 - ב. בחווה נספרו 400 כבשים בוגרים. כבש ששוקל פחות מ-7.2 ק"ג נחשב בסיכון ומועבר לטיפול מיוחד. כמה כבשים הועברו לטיפול מיוחד לאחר השקילה?
 - ג. בחורף מאבדים הכבשים $\frac{1}{5}$ ממשקלם.
 - (1) מהו המשקל הממוצע של הכבשים בחורף ומהי סטיית התקן בחורף?
 - (2) כמה כבשים מועברים לטיפול מיוחד בחורף?

2. אלון, תלמיד כיתה י"א, נוהג להתאמן קבוע בחדר כושר. באחד מימי החורף החליט אלון לבדוק במשך 6 שבועות את הקשר בין מספר שעות האמונים בשבוע לבין מספר שעות הצפייה בטלוויזיה. את התוצאות רשם בטבלה הבאה:

שבוע	מספר שעות אימוני כושר (משתנה x)	מספר שעות צפייה בטלוויזיה (משתנה y)
ראשון	5	10
שני	4	13
שלישי	10	6
רביעי	8	8
חמישי	6	9
שישי	3	14

- א. (1) חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של שעות אימוני הכושר של אלון באותן שבועות.
(2) חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של שעות הצפייה בטלוויזיה של אלון באותן שבועות.



ב. לפניכם דיאגרמת פיזור המתארת את y כתלות ב- x :

אחד מן המספרים הבאים מתאים למקדם המתאם r :

$$r = -0.96, r = 1, r = 0.8$$

קבעו איזה מן המספרים הוא r ונמקו.

ג. (1) מצאו את משוואת קו הרגרסיה לניבוי y (מספר שעות הצפייה בטלוויזיה בשבוע) על פי x (מספר שעות אימוני הכושר בשבוע).

(2) מה הניבוי של מספר שעות הצפייה בטלוויזיה

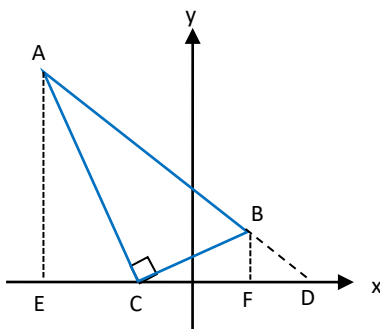
בשבוע בו יהיו 12 שעות אימוני כושר?

ד. אלון חזר על הניסוי גם בקיץ במשך 6 שבועות. בכל אחד מן השבועות בקיץ אלון צפה בטלוויזיה שעתיים פחות ממספר שעות הצפייה בחורף.

רשמו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי שעות הצפייה בטלוויזיה השבועיות של אלון בקיץ.

3. במפעל גדול 20% מאנשי הסגל מועסקים במישרות בכירות. 60% מבין העובדים המועסקים במישרות בכירות עובדים קבוע מהבית. 55% מן העובדים שאינם מועסקים במישרות בכירות עובדים קבוע מהבית.
- א. בוחרים באקראי איש סגל שעובד מהבית. מה ההסתברות שהוא מועסק במישרה בכירה?
- ב. בוחרים באקראי באחד מאנשי הסגל שאינו עובד מהבית.
- מה ההסתברות שהוא מועסק במישרה בכירה?
- ג. האם נכונה הטענה שרוב אנשי הסגל המועסקים במישרות בכירות, עובדים מהבית? נמקו.
- ד. בוחרים באקראי שני אנשי סגל שאינם מועסקים במישרות בכירות. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהם עובד מהבית?

פרק שני - גיאומטריה



4. נתון משולש ישר זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$). הקודקוד C נמצא על ציר ה- x . מן הקודקודים A ו- B מורידים, בהתאמה, אנכים AE ו- BF לציר ה- x (ראו ציור).
- נתון: $AC = 1.5 \cdot BC$, $A(-5;6)$.
- א. (1) הוכיחו: $\triangle AEC \sim \triangle CFB$.
- (2) חשבו את אורך הקטע CF .
- ב. נתון: שטח המשולש AEC הוא 9.
- (1) מצאו את שיעורי הנקודה C .
- (2) מצאו את שיעורי הנקודה B .
- ג. הישר עליו מונח היתר AB חותך את ציר ה- x בנקודה D .
- מצאו את שיעורי הנקודה D וחשבו את שטח המשולש ACD .

5. מעגל שמרכזו ברביע השני בנקודה M, משיק לציר y בנקודה A.

המעגל חותך את ציר ה-x בנקודות B ו-C.

נתון: $MD \perp BC$. המשך הקטע MD חותך את המעגל בנקודה E.

א. נתון: $M(-10;6)$.

(1) מצאו את משוואת המעגל M.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה E.

(3) מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

(4) חשבו את שטח המרובע MBEC.

(5) חשבו את הזווית $\angle DMB$ ו- $\angle DCE$ והראו שמתקיים $\angle DMB = 2 \cdot \angle DCE$.

ב. (1) מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה B.

(2) המשיק למעגל בנקודה B חותך את המשך הקטע ME בנקודה K.

מצאו את שיעורי הנקודה K.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - x + a}{x^2 - x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות לגרף הפונקציה המאונכות לצירים.

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(2; 1.5)$. מצאו את הערך של a.

ג. הציבו $a = 1$ וענו על הסעיפים הבאים:

(1) מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(3) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x) + 3$.

היעזרו בגרף הפונקציה $f(x)$ וענו על השאלות הבאות:

(1) מצאו את האסימפטוטות לגרף הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים.

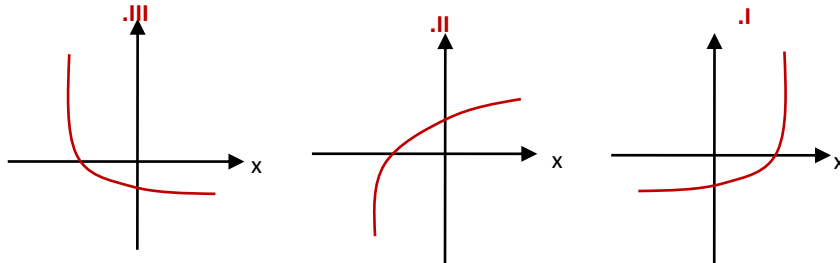
(2) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 3$? נמקו.

(3) הישר $x = \frac{1}{2}$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה A ואת גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה B.

חשבו את שטח המשולש OAB (O ראשית הצירים).

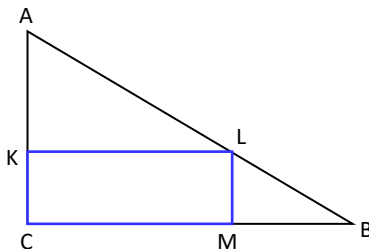
7. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2\sqrt{x+3} - x$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצאו את הערך של x עבור $f'(x) = 0$.
 ג. זהו איזה מן הגרפים הבאים הוא גרף הנגזרת $f'(x)$. נמקו קביעתכם.



- ד. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 (2) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 (3) הראו שגרף הפונקציה חותך את ציר ה- x רק בנקודה $(6;0)$.
 (4) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f'(x)$.
 חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$, ציר ה- x וציר ה- y .

8. במשולש ישר זווית $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$) חסום מלבן $KLMC$ (ראו ציור).



- אורך הניצב BC הוא 4 ואורך הניצב AC הוא 3. נסמן $KC = x$.
 א. בטאו את אורך הצלע KL באמצעות x .
 ב. מצאו את הערך של x עבורו שטח המלבן $KLMC$ יהיה מקסימלי.
 ג. האם יתכן ששטח המלבן $KLMC$ הוא 4? נמקו.
 ד. מצאו את ההיקף של המלבן ששטחו מקסימלי.

בהצלחה!

תשובות

1. א. ק"ג $\bar{x} = 15$, ק"ג $S = 3$ ב. בערך 2 כבשים ג. 1 ק"ג $\bar{x} = 12$, ק"ג $S = 2.4$

(2 בערך 9 כבשים

2. א. 1 שעות $\bar{x} = 6$, שעות $S_x = 2.38$ (2 שעות $\bar{y} = 10$,

שעות $S_y = 2.77$ ב. $r = -0.96$

ג. 1 $y = -1.12x + 16.72$ (2 שעות $y = -1.12x + 14.72$ ד.

3. א. $\frac{3}{14}$ ב. $\frac{2}{11}$ ג. כן ד. 0.495

4. א. 2 $CF = 4$ ב. 1 $C(-2;0)$ (2 $B(2;2)$

ג. $S_{\triangle ACD} = 22.5$, $D(5.5;0)$

5. א. 1 $(x+10)^2 + (y-6)^2 = 100$ (2 $E(-10;-4)$ (3 $B(-18;0)$, $C(-2;0)$ (4 80

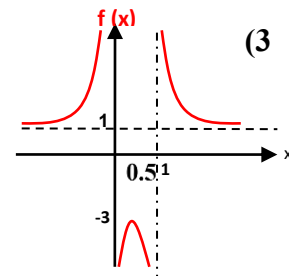
(5 $\angle DMB = 53.13^\circ$, $\angle DCE = 26.565^\circ$

ב. 1 $y = -\frac{4}{3}x - 24$ (2 $K(-10; -10\frac{2}{3})$

6. א. 1 $x \neq 0, x \neq 1$ (2 $x = 0, x = 1, y = 1$ ב. $a = 1$ ג. 1 $(\frac{1}{2}; -3)$ מקסימום

(2 תחומי עלייה: $0 < x < 0.5$, $x < 0$, תחומי ירידה: $x > 1$, $0.5 < x < 1$

ד. 1 $x = 0, x = 1, y = 4$ (2 אף פתרון (3 0.75



$f(x)$

7. א. $x \geq -3$ ב. $x = -2$ ג. גרף III.ד. 1) תחום העלייה: $-3 < x < -2$, תחום הירידה: $x > -2$ 2) נקודת מינימום, $(-2;4)$ נקודת מקסימום (4

ה. 0.536

8. א. $KL = 4 - \frac{4}{3}x$ ב. $x = 1.5$ ג. לא יתכן ד. 7

מבחן מתכונת מס' 2

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. חקלאי מגדל בחווה שלו פרחי גינה מסוג מסוים. באחת מעונות הפריחה נמצא שגובה הפרחים מתפלג נורמלית. הגובה הממוצע של הפרחים הוא 64 ס"מ.
הסתבר כי הגובה של 73.9% מן הפרחים קטן מ- 70 ס"מ. פרחים אלה מיועדים לגינות פרטיות.
פרחים שגובהם בין 70 ס"מ ל- 80 ס"מ מיועדים לגינות ציבוריות והפרחים שגובהם עולה על 80 ס"מ מיועדים לייצוא.
א. מצאו את סטיית התקן של גובה הפרחים.
ב. מצאו את אחוז הפרחים שמיועדים לייצוא?
ג. באותה עונה פרחו בחווה 23000 פרחים. כמה פרחים (בערך) מיועדים לגינות ציבוריות?
ד. בעונה הבאה, שוב נמצא כי גובה הפרחים מתפלג נורמלית. אחוז הפרחים שגובהם מ- 76 ס"מ בעונה זו, שווה לאחוז הפרחים שהיו גבוה מ- 76 בעונה הקודמת וסטיית התקן קטנה בסנטימטר אחד מסטיית התקן בעונה הקודמת.
מצאו את ממוצע גובה הפרחים בעונה החדשה.

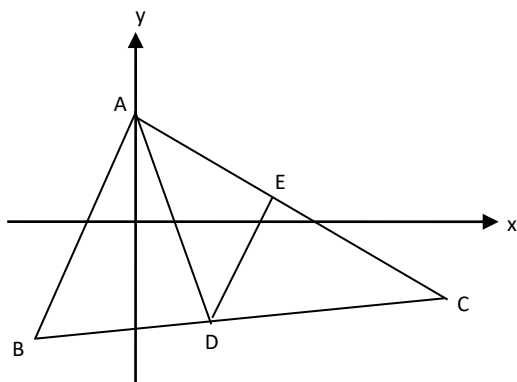
2. בקבוצת לימוד של 7 תלמידי שכבת י"א נבדק הקשר בין הציון הסופי במתמטיקה במחצית א' (המשתנה x) לבין הציון הסופי במחצית ב' (המשתנה y). בטבלה שלפניכם רשומים הציונים של התלמידים בשתי המחציות:

	ציון מחצית א'	ציון מחצית ב'
	x	y
תלמיד 1	46	69
תלמיד 2	60	60
תלמיד 3	60	68
תלמיד 4	64	55
תלמיד 5	70	80
תלמיד 6	70	80
תלמיד 7	85	78

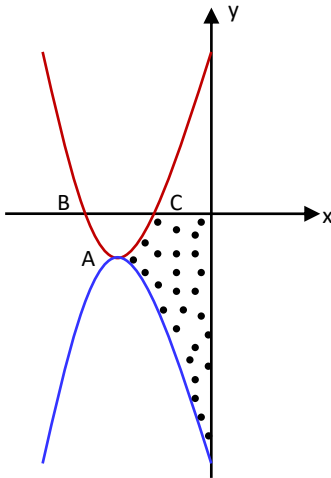
- א. חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של הציונים במחצית א'.
- ב. (1) חשבו את הממוצע של הציונים במחצית ב'.
- (2) סטיית התקן של הציונים במחצית ב' הוא 9.21. מקדם המתאם r בין המשתנים x ו- y הוא 0.495. מצאו את משוואת קו הרגרסיה לניבוי הציון במחצית ב' על פי הציון במחצית א'.
- ג. אילו, הציון של תלמיד 1 במחצית א' היה 50, מה היה צפוי להיות הציון של תלמיד 1 במחצית ב' על פי קו הרגרסיה שמצאתם? (הציונים ניתנים בנקודות שלמות).
- ד. בעקבות ההחלטה לתת בונוס של 10% על כל ציון במחצית ב' קבעו, לגבי כל אחד מן המשתנים הבאים האם הוא יגדל, יקטן או לא ישתנה. נמקו.
 - I. סטיית התקן של המשתנה y .
 - II. מקדם המתאם r .
 - III. שיפוע ישר הרגרסיה.

3. סמוך לאחד מבתי החולים קיים חניון שבו גובים 20 ₪ עבור שעת חנייה. בקרבת בית החולים יש מקומות חנייה המסומנים בכחול-לבן בהם החנייה עולה 5 ₪ לשעה וברחובות הסמוכים קיימים גם מקומות בהם אפשר לחנות בחינם. בשעות הבוקר, ההסתברות למצוא חנייה בחניון גדולה פי 5 מן ההסתברות למצוא חנייה חינם. ההסתברות למצוא חנייה במקום המסומן בכחול-לבן היא 0.52. א. מירי הגיעה במכוניתה לבית החולים בשעות הבוקר. מה ההסתברות שהיא מצאה מקום חנייה רק בחניון? ב. באחד השבועות מירי נאלצה להגיע לבית החולים ביום ראשון וביום שני בבוקר. (1) מה ההסתברות שבאף אחד מן הימים היא לא חנתה בכחול-לבן? (2) מה ההסתברות שלפחות באחד מן הימים מירי חנתה בחינם? ג. ידוע שמירי חנתה לפחות באחד מן הימים בחינם. (1) מה ההסתברות שבאחד מן הימים היא חנתה בכחול-לבן? (2) בכל אחד מן הימים מירי חנתה במשך שעותיים. מה ההסתברות שהיא שילמה סה"כ 40 ₪ עבור החניה?

פרק שני - גיאומטריה



4. נתון משולש ישר-זווית ABC ($\angle BAC = 90^\circ$).
 AD הוא תיכון לצלע BC. הנקודה E נמצאת על הצלע AC כך ש-DE מאונך לצלע AC.
 א. (1) הוכיחו: הנקודה E היא אמצע הצלע AC.
 (2) הוכיחו: $AD = DC$.
 (3) הוכיחו: $\triangle BAC \sim \triangle DEC$.
 ב. הנקודה A נמצאת על ציר ה-y. התיכון AD נמצא על הישר $y = -1.1x + 2$. שיעורי הנקודה E הם $E(6; 0.5)$.
 (1) מצאו את משוואת הישר AB.
 (2) מצאו את שיעורי הנקודה C.
 ג. אורך הצלע BC הוא $\sqrt{221}$. הנקודה B נמצאת ברביע השלישי.
 (1) מצאו את שיעורי הנקודה B.
 (2) חשבו את שטח המשולש ABC.
 (3) חשבו את שטח המרובע ABDE.



7. נתונות הפונקציות $f(x) = x^2 + 6x + b$ ו- $g(x) = -x^2 - 6x - 10$.

הגרפים של הפונקציות נפגשים בנקודה A שהנה נקודת הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

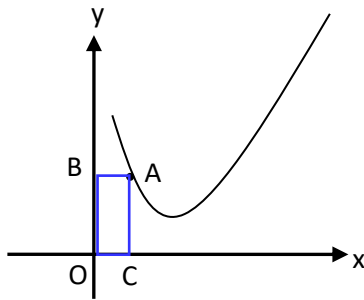
א. מצא את שיעורי הנקודה A.

(2) מצא את b.

ב. מצא את שיעורי הנקודות B ו- C (הנקודות נמצאות על ציר ה- x).

ג. חשב את השטח המוגבל על-ידי הגרפים של הפונקציות

$f(x)$ ו- $g(x)$, ציר ה- x וציר ה- y (השטח המנוקד בציור).



8. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{6x}$

ברביע הראשון ($x > 0$).

מנקודה A הנמצאת על גרף הפונקציה, הורידו אנכים

AB ו- AC לצירים (ראו ציור).

א. סמנו ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A

ומצאו את t עבורו היקף המלבן ABOC מינימלי.

ב. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A

עבורה היקף המלבן ABOC מינימלי.

בהצלחה!

תשובות

1. א. ס"מ $S = 9.375$ ב. 4.36% ג. בערך 5000 פרחים ד. ס"מ $\bar{x} = 65.28$

2. א. $\bar{x} = 65$, $S_x = 11.1$ ב. $\bar{y} = 70$ (2) $y = 0.41x + 43.35$ ג. 64

ד. I. תגדל II. לא ישתנה III. יגדל

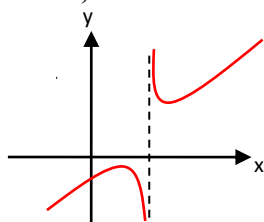
3. א. 0.4 ב. 0.2304 (1) 0.1536 (2) $\frac{13}{24}$ (1) $\frac{5}{12}$ (2)

4. א. $y = 4x + 2$ (1) $C(12; -1)$ (2) $B(-2; -6)$ (3) 51 38.75

5. א. $(x+2)^2 + (y-7)^2 = 25$ ב. $T(2; 4)$ (1) $C(-6; 10)$ (2) $B(-1; 0)$ (3) $BT = 5$

ג. $\angle BCT = 26.565^\circ$ (1) $\angle CMA = 126.87^\circ$ (2)

6. א. $f(x)$ – נקודת קיצון אחת, $g(x)$ – שתי נקודות קיצון ב. $x < 4$ או $x > 4$ (1)
(2) $(1; -1)$ נקודת מקסימום, $(7; 11)$ נקודת מינימום, תחומי העלייה: $x < 1$, $x > 7$;



תחומי הירידה: $1 < x < 4$, $4 < x < 7$ (3)

ג. (1) $g'(x)$ (2) 1.5

7. א. (1) $A(-3; -1)$ (2) $b = 8$ ב. $B(-4; 0)$, $C(-2; 0)$ ג. $11\frac{1}{3}$

8. א. $t = \frac{1}{3}$ ב. $y = -x + 1$